ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 MAI 1936.

PRÉSIDENCE DE M. JEAN PERRIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau deux brochures intitulées :

Jubilé scientifique de M. Édouard Goursat. Allocutions prononcées à la cérémonie du 20 novembre 1935;

Jubilé scientifique de M. Marcel Brillouin. Allocutions prononcées à la cérémonie du 17 décembre 1935.

M. **Jean Tilho** écrit de Bangui qu'il vient de terminer avec succès la mission que lui a confiée l'Académie. Il sera de retour en juin et lui communiquera lui-même les résultats obtenus sur la réalité de la menace du détournement du Logone, affluent du Tchad, vers la Benoué, affluent du Niger.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Action conjuguée de la folliculine et de certains catalyseurs minéraux sur le développement d'une levure.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Anton Philip Weber**.

Des expériences effectuées sur la Souris avec des aliments artificiels minutieusement purifiés ont apporté la preuve irrécusable de l'ingérence du zinc dans le développement de l'animal ([1]). Les mêmes expériences ont révélé ce fait important que le métal n'intervient d'une manière efficace

---

([1]) Gab. Bertrand et B. Benzon, *Comptes rendus*, **175**, 1922, p. 289; Gab. Bertrand et R. Bhattacherjee, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1823.

qu'en présence de vitamines et, réciproquement, que celles-ci sont sans action lorsqu'elles sont administrées à l'exclusion de toute trace de zinc ([1]).

A l'égard des plantes, en particulier de la moisissure noire *Aspergillus niger*, il a été bien établi que le zinc joue un rôte alimentaire ([2]), mais comme la question phytophysiologique des vitamines et des substances analogues est peu avancée, il n'a pas encore été possible de rencontrer d'effet synergique du zinc permettant d'étendre au règne végétal la portée d'une découverte issue de recherches sur le règne animal. Les expériences dont nous publions aujourd'hui les résultats permettent de combler cette lacune.

En cultivant huit espèces de levures dans le milieu nutritif de Reader ([3]), complété de minimes proportions de certains métalloïdes et métaux (bore, iode, cuivre, manganèse, thallium et zinc), en opérant pour chacune des espèces comparativement sur le milieu ainsi obtenu et sur le même milieu additionné de folliculine, l'un de nous a reconnu récemment que l'hormone possède une influence prononcée sur la formation de la matière sèche de deux sur huit des espèces essayées ([4]). Ces deux espèces sont des levures colorées en rose : *Rhodotorula Suganii* (Okunuki) Lodder et *Rhodotorula Glutinis* var. *Saitoi* (Cif. et Red.).

Ce résultat acquis, il était intéressant de rechercher si l'un des catalyseurs minéraux ajoutés au milieu de culture intervenait dans l'action constructive de la folliculine.

Des expériences ont été entreprises en cultivant *Rhodotorula glutinis* var. *Saitoi* dans des séries de matras contenant le milieu nutritif complet ou ce milieu moins certains des catalyseurs visés, chaque série comprenant des matras sans folliculine et des matras additionnés de folliculine.

Quatre millieux de culture ont été préparés et diversement utilisés :

A. Le milieu de Reader seul ([5]);

([1]) Voir aussi GAB. BERTRAND, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 18, 1966, p. 213-224.

([2]) M. JAVILLIER, *Ann. Inst. Past.*, 22, 1908, p. 720.

([3]) V. READER, *Biochem. J.*, 21, 1927, p. 904.

([4]) A. P. WEBER, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 517.

([5]) Ce milieu renferme par litre :

3^g de $SO^4(NH^4)^2 + 0^g,7$ de $SO^4Mg, 7 H^2O + 1^g PO^4H^2K + 0^g,16 PO^4HK^2$ (pour porter le pH à 7,4) $+ 0^g,5$ de $ClNa + 0^g,4 (NO^3)^2Ca + 10^g$ de glucose.

Nous avons remplacé le PO^4HK^2 par la quantité correspondante du sel de sodium, plus facile à purifier et à conserver; en compensation, nous avons pris du ClK au lieu de ClNa, de manière à ne pas changer les concentrations ioniques. L'eau et les substances dissoutes avaient été purifiées avec soin.

B. Le milieu de Reader + 1^{mg} de zinc par litre;

C. Le milieu de Reader + 1^{mg} de bore + 1^{mg} d'iode + 0^{mg},1 de cuivre + 1^{mg} de manganèse + 1^{mg} de thallium par litre;

D. Le milieu C + 1^{mg} de zinc par litre.

Dans les milieux avec folliculine, cette hormone était ajoutée à la dose de 1^{mg} par litre.

Les matras contenaient 50$^{cm^3}$ de milieu nutritif. On les a ensemencés à la pipette, à partir d'une culture de 24 heures sur malt gélosé, préalablement diluée dans l'eau pure. Un centimètre cube de la dilution, introduit dans chaque matras, contenait 0^{mg},1 de matière sèche. Les matras ensemencés ont été maintenus dans un bain-marie à secousses mécaniques à la température constante de + 30°. Les récoltes ont été faites sur filtre à plaque poreuse d'Iéna n° 1 G 4, lavées à l'eau distillée et séchées à l'étuve à + 105°. Les poids de matières sèches sont exprimés en milligrammes.

Voici les résultats de nos expériences :

	Sans folliculine.	Avec folliculine.	Augmentations dues à la folliculine.
Durée de la culture : 51 heures et demie.			
	mg	mg	%
Milieu A	3,0	3,1	3
Milieu B	3,1	6,4	107
Durée de la culture : 53 heures.			
	mg	mg	%
Milieu A	3,8	4,4	16
» B	4,0	5,0	25
» D	4,8	8,6	79
Durée de la culture : 67 heures.			
	mg	mg	%
Milieu A	3,3	3,7	12
» B	3,6	9,0	150
» C	3,4	9,8	178
» D	4,0	14,4	260

Ces résultats mettent nettement en évidence l'intervention conjuguée de l'hormone et de plusieurs métalloïdes et métaux dans le développement de la levure. La synergie du catalyseur organique et d'un catalyseur minéral a été particulièrement élevée dans le cas du zinc.

Ainsi, tandis que l'addition de la folliculine seule au milieu primitif de culture n'a augmenté la récolte que de 12 à 16 pour 100 et celle du zinc

seul au plus à 10 pour 100, l'addition des deux catalyseurs à la fois a porté le rendement de 100 à 179 dans la culture de 53 heures et même à 250 dans celle de 67 heures.

Ce nouvel exemple de synergie *in vivo* des catalyseurs biologiques n'est pas spécial à la folliculine et au zinc; le mélange des autres métalloïdes et métaux essayés a permis d'obtenir, bien qu'à un degré moindre, un résultat analogue. On remarquera enfin que les catalyseurs ont additionné leurs effets dans une certaine mesure : en les faisant agir tous à la fois, le rendement de levure est passé de 100, en l'absence de la folliculine, à 360, en présence de cette substance.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Variations du Pissenlit décapité.* Note [1] de M. **Lucien Daniel**.

J'ai décrit [2] les modifications, variables suivant les pieds, des découpures des feuilles roncinées de la variété originelle de Pissenlit apogame dont j'avais, en 1934, semé les graines dans un sol riche. J'ai sélectionné en 1935 et 1936 la forme à feuilles presque entières, spatulées et dressées qui jusqu'ici ne m'a fourni aucune hampe florale et a conservé les caractères acquis, comme c'est aussi le cas chez les exemplaires cultivés serrés et en polarité renversée qui avaient fourni les graines. Mais ceux-ci ont continué à fournir des hampes florales nombreuses.

A la fin de février 1935, j'ai voulu voir quelle serait l'influence du sectionnement de la racine à des hauteurs variables sur les tiges réparatrices. Sur 20 exemplaires, je décapitai la racine à 2, 4 ou 8^{cm} de la rosette, comparativement avec des pieds laissés intacts. De nombreuses tiges réparatrices apparurent sur les bouts de racines laissées en terre; leur sortie en forme de balai feuillé se fit d'abord sur les pieds sectionnés le plus près de la rosette; elle eut lieu ensuite sur les pieds sectionnés à 4^{cm} et enfin chez ceux qui étaient coupés à 8^{cm} de la rosette. Les feuilles nouvelles différaient par leur forme de celles de la race primitive; les lobes latéraux étaient asymétriques; le lobe terminal étroit et triangulaire, large et plus ou moins spatulé, prédominait fortement sur les latéraux. Le nombre des hampes florales était réduit dans des proportions variables suivant les

(1) Séance du 11 mai 1936.

(2) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1506.

exemplaires : il était de 6 au plus quand il atteignait les chiffres 10 à 16 chez les témoins. Les hampes étaient plus grosses parfois mais beaucoup plus courtes. Les bractées inférieures de l'involucre, au lieu d'être retournées vers le bas étaient presque toutes horizontales ; quelques-unes mêmes étaient dressées.

Cette année, à la fin de février, j'ai fait deux lots des Pissenlits à racines décapitées en 1935. Dix ont été de nouveau décapitées à des hauteurs de 2, 4 et 8cm ; dix ont été laissées intactes, en place avec les témoins. Les dix pieds décapités en 1936 se comportent jusqu'ici exactement à la façon de ceux décapités en 1935. Quant à ceux qui n'ont pas subi de sectionnement nouveau, certains exemplaires ont présenté des modifications remarquables, jusqu'ici non encore signalées dans le Pissenlit et qui ont porté spécialement sur l'appareil reproducteur.

Des bractées sont apparues sur les hampes florales qui n'en présentent jamais chez les pieds normaux. Elles se trouvaient à des hauteurs variables, au nombre de une (*fig.* 1, 2 et 3) ou par deux (*fig.* 4), plus ou moins rap-



Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

Fig. 1 et 2. Hampes florales à une seule bractée étroite et longue. — Fig. 3. Hampe avec une bractée foliacée. — Fig. 4. Hampe portant deux bractées filiformes alternes.

prochées. Leurs dimensions et leurs formes étaient également variables. Tantôt elles étaient courtes et à limbe filiforme ou allongé (*fig.* 1, 2 et 4); tantôt elles avaient un limbe bien caractérisé, pétiolé et dépassant le sommet du capitule (*fig.* 3). Chez quelques capitules de Pissenlits de ce lot, les bractées externes de l'involucre n'étaient plus situées toutes sur une

même ligne circulaire mais s'inséraient à des hauteurs différentes sur la hampe florale, séparées par de faibles intervalles. En outre, elles étaient plus longues et plus étroites que les bractées normales des témoins. Dans quelques pieds, la hampe florale s'est tordue en spirale.

Les conclusions qu'on peut tirer des faits observés chez des pieds à racines sectionnées, provenant de graines sûrement apogames, sont les suivantes :

1° Les variations des bractées externes sur lesquelles De Candolle s'est basé pour distinguer du type de Linné le *Taraxacum lævigatum* et le *Taraxacum palustre* sont dues à des variations de nutrition. Ces caractères peuvent se modifier sous l'action du milieu extérieur, en particulier à la suite de la suralimentation par l'action des blessures. Cette suralimentation, dans mes expériences de sectionnement, a mis en mouvement des corrélations qui ont provoqué l'apparition de caractères nouveaux qui ne se seraient sans doute jamais montrés sans les conditions extraordinaires où les Pissenlits ont été placés par le sectionnement des racines et la régénération de l'appareil aérien supprimé avant la phase de fructification.

2° Ces faits viennent à l'appui des théories de Lamarck sur l'action des milieux. Ils sont en opposition avec l'hypothèse de Weissmann sur le rôle absolu de l'amphimyxie dans la production des variations, puisque les Pissenlits utilisés ont varié bien que apogames et que déjà certaines de ces variations se sont montrées héréditaires par multiplication asexuée. J'ai récolté des graines sur les capitules portés par des hampes pourvues de bractées et je me propose d'en étudier l'hérédité à la suite du semis.

M. **Charles Jacob** offre à l'Académie, de la part de la Direction des Travaux publics de Tunisie, la *Carte géologique provisoire de la Régence* en 22 feuilles au 1/200000e. A cette œuvre considérable, terminée l'an dernier, est associé le nom de notre confrère, Pierre Termier, qui en avait le contrôle scientifique. S'y sont plus particulièrement intéressés MM. Berthon et Reufflet, directeur des Mines, avec un concours de tous les instants de M. Marcel Solignac, depuis une quinzaine d'années chef du Service géologique, dont il continue, sous les ordres de M. l'ingénieur en chef Roux, à coordonner les travaux.

M. **Maurice Gignoux** fait hommage à l'Académie de son ouvrage intitulé : *Géologie stratigraphique* (2e édition).

M. **Henri Villat** fait hommage à l'Académie d'un ouvrage de MM. Robert Mazet et François Gallissot : *Travaux pratiques de Mécanique rationnelle*, dont il a écrit la *Préface*.

NOMINATIONS.

M. **Gabriel Bertrand** est désigné pour représenter l'Académie aux *Journées* de Chardonnet *et des* Frères Lumière, les 28 et 29 mai 1936, à Besançon.

M. **Jules Drach** représentera l'Académie au *Congrès international des Mathématiciens*, à Oslo, avec MM. **Émile Borel**, **Élie Cartan**, **Gaston Julia**, précédemment désignés.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Georges Bruel. *La France équatoriale africaine*.

2° *Recueil de quelques travaux d'anatomie végétale exécutés à Liège de* 1929 *à* 1935.

M. **Antoine Magnan** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Médecine et Chirurgie par le décès de M. *Charles Richet*.

ALGÈBRE. — *Sur une généralisation du théorème de Rolle pour les polynomes.* Note de M. **Lubomir Tchakaloff**.

Désignons par p et q deux nombres entiers ($p \geqq 0$, $q \geqq 0$) et par a et b deux nombres réels et différents ($a < b$). Si $f(x)$ est un polynome réel satisfai-

sant aux conditions

$$(1)\qquad \begin{cases} f(a)=f'(a)=\ldots=f^{(q)}(a)=0, \\ f(b)=f'(b)=\ldots=f^{(p)}(b)=0, \end{cases}$$

on sait que la dérivée $f^{(p+q+1)}(x)$ s'annule au moins pour une valeur $x=\xi$ comprise à l'intérieur de l'intervalle (a, b). Nous nous proposons dans ce qui suit de restreindre autant que possible le champ de variabilité de ce nombre ξ en supposant que le degré de $f(x)$ ne dépasse pas un nombre fixe.

Désignons par $C_k(p, q)$ la classe des polynomes réels de degré $\leqq p+q+k+1$ satisfaisant aux conditions (1) et par $D_k(p, q)$ la classe des dérivées d'ordre $p+q+1$ des polynomes de la classe $C_k(p, q)$. Il est évident que la classe $D_k(p, q)$ est composée de polynomes réels de degré $\leqq k$. Convenons de dire qu'un ensemble $\mathcal{E}_k(p, q)$ de nombres réels est un *ensemble minimum par rapport à la classe* $C_k(p, q)$ lorsqu'il jouit des deux propriétés suivantes : 1° quel que soit le polynome $f(x)$ de la classe $C_k(p, q)$, l'ensemble $\mathcal{E}_k(p, q)$ contient au moins un zéro de la dérivée $f^{(p+q+1)}(x)$; 2° aucun sous-ensemble vrai de $\mathcal{E}_k(p, q)$ ne possède la propriété 1°. Notre but est de déterminer effectivement tous les ensembles minima correspondant à un nombre naturel k.

On peut démontrer que la condition nécessaire et suffisante pour qu'un polynome réel $\varphi(x)$ de degré $\leqq k$ appartienne à la classe $D_k(p, q)$ est exprimée par l'équation

$$(2)\qquad \int_a^b (b-x)^p(x-a)^q\varphi(x)\,dx=0.$$

Le problème de l'existence et de la structure des ensembles minima $\mathcal{E}_k(p, q)$ n'est donc qu'un cas spécial du problème général que nous avons résolu dans une publication récente ([1]); il suffit de définir la fonction croissante $\psi(x)$ dans les théorèmes généraux de la dite publication par

$$\psi(x)=\int_{-\infty}^{x} u(t)\,dt$$

où l'on a posé $u(t)=(b-t)^p(t-a)^q$ pour $a\leqq t\leqq b$ et $u(t)=0$ en dehors de l'intervalle (a, b), et d'entendre par $P_n(x)$ le polynome hypergéomé-

([1]) *Acta Mathematica*, 63, 1934, p. 77-97.

trique

$$P_n(x) = C(x-a)^{-q}(x-b)^{-p}\frac{d^n}{dx^n}\{(x-a)^{q+n}(x-b)^{p+n}\}.$$

Ainsi par exemple, lorsque $k > 3$ est impair, $k = 2n-1$, il existe un seul ensemble minimum $\mathcal{E}_{2n-1}(p, q)$ coïncidant avec l'intervalle ouvert $\alpha < x < \beta$ dont les extrémités sont les zéros extrêmes du polynome $P_n(x)$ défini plus haut.

En supprimant la restriction concernant la réalité des polynomes $f(x)$ et $\varphi(x)$, soumis aux conditions (1) et (2), on peut définir d'une manière analogue les classes $\overline{C}_k(p, q)$ et $\overline{D}_k(p, q)$ de polynomes à coefficients complexes et chercher une région dans le plan de la variable complexe x contenant au moins un zéro de tout polynome de $\overline{D}_k(p, q)$. La condition (2) étant une relation linéaire et homogène entre les coefficients de $\varphi(x)$, on peut appliquer, pour obtenir une telle région circulaire, un théorème classique de Grace. On parvient ainsi au résultat suivant :

Toute région circulaire contenant tous les zéros du polynome

$$G(z) = \int_a^b (b-x)^p(x-a)^q(z-x)^k\,dx$$

contient au moins un zéro de la dérivée $f^{(p+q+1)}(x)$ d'un polynome arbitraire $f(x)$ de la classe $\overline{C}_k(p, q)$.

Il est intéressant d'observer que, pour $p = q$, tous les zéros du polynome $G(z)$ sont simples et situés sur la perpendiculaire élevée au milieu du segment (a, b), de sorte qu'on peut prendre pour la région circulaire la fermeture de l'intérieur ou de l'extérieur d'un cercle passant par deux zéros voisins de $G(z)$, ou bien un demi-plan fermé limité par ladite perpendiculaire.

STATISTIQUE. — *La distribution des événements compatibles.* Note [1] de M. E. J. Gumbel, présentée par M. Émile Borel.

Soient $p(\nu_1)$; $(\nu_1 = 1, 2, \ldots, n)$ les probabilités des n événements compatibles $E(\nu_1)$, soit $p(1, 2, \ldots, n)$ la probabilité de l'événement $E(1, 2, \ldots, n)$, soient $p(\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_x)$ pour $\nu_1 \neq \nu_2 \ldots \neq \nu_x = 1, 2, \ldots, n$ les probabilités des $\binom{n}{x}$ événements $E(\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_x)$. Posons

$$(1)\qquad S(0) = 1, \qquad S_n = p(1, 2, \ldots, n), \qquad S_x = \sum_{\nu_1, \nu_2 \ldots \nu_x} p(\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_x).$$

(1) Séance du 4 mai 1936.

La probabilité pour que x, et seulement x, des événements compatibles arrivent, est

$$(2) \qquad w(x)=\sum_{k=x}^{n}(-1)^{k-x}\binom{k}{x}S_k,$$

formule due à M. Ch. Jordan (¹), généralisation de la valeurs $w(0)$, donnée par H. Poincaré (²). M. M. Fréchet (³) a établi les inégalités les plus précises limitant $w(0)$. La probabilité pour qu'au moins x événements arrivent est

$$(3) \qquad P(x)=\sum_{k=x}^{n}(-1)^{k-x}\binom{k-1}{x-1}S_k.$$

On tire de la fonction (⁴) caractéristique $\Psi(t)$ des moments M_k

$$(4) \qquad \Psi(t)=\sum_{x=0}^{n}S_x(e^t-1)^x;$$

le moment d'ordre k ne dépend que des probabilités de combinaisons contenant jusqu'à k événements. L'espérance mathématique et le second moment sont

$$(5) \qquad M_1=S_1, \qquad M_2=S_1+2!\,S_2.$$

Dans un grand nombre d'essais faits sur des événements compatibles on trouvera en moyenne $\sum_{\nu_1=1}^{n}p(\nu_1)$ événements. Pour calculer les autres moments on remplace dans (4) les indices F par des puissances et l'on obtient

$$(6) \qquad \frac{1}{1-S^{(1)}(e^t-1)}=e^{Mt}, \qquad 1=(1+S^{(1)})\,e^{Mt}-S^{(1)}e^{(M+1)t}.$$

En développant, on arrive à la relation récurrente

$$(7) \qquad M_k=S_1+S^{(1)}\sum_{\lambda=1}^{k=1}M_\lambda\binom{k}{\lambda}.$$

(¹) *Acta Univ. Hungar*, II, 7, Szeged 1934, p. 103.

(²) *Calcul des probabilités*, Paris 1923, p. 60.

(³) *Fundamenta Mathematicæ*, 25, Varsovie 1935, p. 379.

(⁴) Cette formule est due à la collaboration de M. Maxime Lehmann. Je profite de cette occasion pour remercier M. Eyraud pour un conseil précieux.

Il y faut traiter les puissances symboliques comme réelles. L'opération faite, on les remplace par des indices. On aura par exemple, pour $n \geqq 4$,

$$M_3 = S_1 + 6S_2 + 3!S_3, \qquad M_4 = S_1 + 14S_2 + 36S_3 + 4!S_4.$$

Les moments ne dépendent pas d'une façon explicite de la seule constante n.

Pour le jeu de la rencontre, où n est le nombre des boules numérotées, tirées et non remises dans l'urne, on obtient

$$(1') \qquad S_k = \frac{1}{k!}, \qquad \varpi(x) = \frac{1}{x!}\sum_{\nu=0}^{n-x} \frac{(-1)^\nu}{\nu!},$$

formule qui se trouve chez L. Bachelier (¹). On tire de la formule récurrente

$$(8) \qquad (x+1)\varpi(x+1) = \varpi(x) - \frac{(-1)^{n-x}}{x!(n-x)!};$$

pour $x = 0$: la dominante sera nulle (ou un) suivant que n est pair (ou impair). Mais la différence entre $\varpi(0)$ et $\varpi(1)$ disparaît assez vite pour n croissant.

On obtient à l'aide de (8) les moments

$$(7') \qquad M_k = \sum_{\nu=0}^{k-1} \binom{k-1}{\nu} M_\nu,$$

formule, valable jusqu'au $n^{\text{ième}}$ moment, et identique à la relation de tous les moments de la loi des événements rares ayant l'espérance mathématique un. Donc, pour n croissant, *la distribution des rencontres s'approche de la loi des événements rares*. On peut tirer cette conclusion aussi d'après

$$(4') \qquad \Psi(t) = e^{e^t - 1},$$

formule calculée à l'aide de (4) et (1') et valable jusqu'au moment d'ordre n.

Pour $n = 10$ les différences entre les deux distributions n'apparaissent qu'après la cinquième décimale.

(¹) *Calcul des probabilités*, Paris, 1912, p. 78.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Étude d'une correspondance entre courbes et surfaces.* Note de M. **L. Ermolaev**.

1. Considérons une surface S et une courbe Γ; imaginons une certaine correspondance, telle qu'à chaque point M de S corresponde un point N de Γ et qu'à chaque point N de Γ correspondent ∞^1 points de S, formant sur S une certaine courbe (p); soient t le plan tangent à S en M et τ le plan osculateur à Γ en N.

Cherchons en particulier s'il est possible de choisir S, Γ *et la correspondance indiquée de sorte que* MN *et la droite d'intersection des plans* t, τ *soient conjuguées par rapport à la quadrique de Lie du point* M *de* S.

2. Attachons à chaque point M de S un tétraèdre MM_1M_2N, dont les arêtes MM_1, MM_2 sont les tangentes asymptotiques de S en M, tandis que les arêtes MN, M_1M_2 sont les droites conjuguées en jeu. Les coordonnées des sommets de ce tétraèdre satisfont aux conditions suivantes :

$$\frac{\partial M}{\partial u} = aM + M_1, \qquad \frac{\partial M}{\partial v} = bM + M_1,$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial u} = k\alpha M - aM_1 + \beta M_2; \qquad \frac{\partial M_1}{\partial v} = k\alpha\varepsilon M + bM_1 + N,$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial u} = -k\nu\alpha M + aM_2 + N, \qquad \frac{\partial M_2}{\partial v} = -\nu k\varepsilon\alpha M + \gamma M_1 - bM_2,$$

$$\frac{\partial N}{\partial u} = \nu\alpha M_1 + \alpha M_2 - aN, \qquad \frac{\partial N}{\partial v} = \nu\varepsilon\alpha M_1 + \varepsilon\alpha M_2 - bN.$$

Dans ces équations u, v sont les paramètres asymptotiques et β, γ les coefficients de la forme cubique de M. Fubini. Les conditions d'intégrabilité de ces équations forment un système de Cauchy aux dérivées partielles du premier ordre avec 7 inconnues a, b, α, ν, k, β, γ; la fonction ε est déterminée en termes finis. Il en résulte que la solution générale du problème posé existe et dépend de 7 fonctions arbitraires d'un argument.

3. Soit NA la tangente à la courbe Γ en N, et A le point (situé sur $M_1 M_2$) où cette tangente coupe le plan t. La droite MA détermine en chaque point M de S une direction et nous appelons (γ) les courbes de S tangentes en chacun de leurs points à la direction MA correspondante.

Si les deux familles (p) *et* (γ) *sont conjuguées, la courbes* Γ *est plane et vice-versa.*

Si les familles (p) *et* (γ) *coïncident ce sont des droites et la surface* S *est réglée.*

4. Si la courbe Γ dégénère en une droite, son plan osculateur τ devient indéterminé; le problème prend alors la forme suivante : *trouver dans le plan t une droite* $M_1 M_2$ *qui passe par le point* A *et est conjuguée de* MN *par rapport à la quadrique de Lie du point* M *de* S.

Quelles que soient la surface S et la droite Γ, on peut, et en général d'une seule façon, réaliser une telle correspondance. En dehors des familles (p), (γ) déjà définies, nous définirons une nouvelle famille de courbes (t) de S, par la condition que, M se déplaçant sur une telle courbe, le plan NM_1M_2, au lieu de pivoter autour de la droite Γ, reste immobile. *Les deux familles* (p), (t) *forment un système conjugué dans les deux cas suivants :*

a, la droite Γ *est tangente aux quadriques de Lie de la surface* S;

b, la famille (t) *coïncide avec la famille* (γ), et ce second cas donne des surfaces dépendant de six fonctions arbitraires d'un argument.

Si les courbes (γ) *sont asymptotiques de* S, *ce sont des droites rencontrant* Γ, *de sorte que* S *est une surface réglée dont la droite* Γ *est une directrice.*

5. *Si* Γ *est une droite et si* MN, M_1N_1 *sont les directrices de Wilczynski, les asymptotiques de* S *appartiennent chacune à un complexe linéaire.* S *est une surface* R et le point analytique M vérifie le système

$$M_{uu}=\left(\frac{1}{2}\beta_u+\frac{\beta^2}{4}-\frac{\beta\gamma}{2}+1\right)M+\beta M_v,\qquad M_{vv}=\left(\frac{1}{2}\gamma_v+\frac{\gamma^2}{4}-\frac{\beta\gamma}{2}+1\right)M+\gamma M_u,$$

les invariants de Fubini β, γ étant de la forme $\beta=U'/(V-U)$ et $\gamma=V'/(U-V)$, où U et V dépendent respectivement de u ou v seul. *Les directrices de Wilczynski appartiennent au complexe linéaire spécial d'axe* Γ.

Si, de plus, on a $\beta=\gamma$, les invariants ponctuels du réseau R sont nuls et $\beta=\gamma=1/(c-u-v)$.

TOPOLOGIE. — *Cycles relatifs. Théorème de dualité de M. Alexander.* Note [1] de M. **André Kolmogoroff** [2], présentée par M. Gaston Julia.

1. Soit R un espace localement bicompact, Q un ensemble fermé dans R. Nous dirons que le complexe $\varphi^r(E_0, \ldots, E_r)$, complexe u dans le sens

(1) Séance du 4 mai 1936.

(2) Voir *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1144, 1327 et 1558. Ces Notes seront désignées par (B I), (B II) et (B III).

de (BI), *est situé* sur Q si l'on a quels que soient $E_0, \ldots, E_r$, la relation

$$\varphi^r(E_0, \ldots, E_r) = \varphi^r(E_0 . Q, \ldots, E_r . Q).$$

Un complexe s'appelle d'après M. Lefschetz (1) un *cycle relatif par rapport à* Q ou simplement *cycle* mod Q, si sa frontière est située sur Q. Soit ζ^r un cycle mod Q, nous dirons qu'il est *frontière* mod Q ou bien qu'il est homologue à zéro mod Q, s'il existe un complexe φ^{r+1} tels que $g_u\varphi^{r+1} - \zeta^r$ est situé sur Q. Les cycles-frontières mod Q forment un sous-groupe Γ^r_Q du groupe Z^r_Q de tous les cycles mod Q à r dimensions. Le groupe

$$B^r_u(R, Q, \Theta) = Z^r_Q - \Gamma^r_Q$$

est *le groupe de Betti u* mod Q *de* R.

L'annulateur de Γ^r_Q dans F^r est le groupe Z^r_Q de tous les cycles o à r dimensions, nuls sur Q [dans ce sens que $z^r(p_0, \ldots, p_r) = 0$, si tous les points p_i appartiennent à Q]. L'annulateur de Z^r_Q dans F^r est le groupe H^r_Q de tous les cycles-frontières o nuls sur Q. On s'aperçoit, par des raisonnements analogues à ceux de (B II) que les groupes $Z^r_Q - H^r_Q = B^r_0(R, Q, J)$ et $B^r_u(R, Q, \Theta)$ sont réciproques.

2. Théorème. — *Les groupes* $B^r_0(R, Q, J)$ *et* $B^r_0(R - Q, J)$ *sont isomorphes; sont isomorphes aussi les groupes* $B^r_u(R, Q, \Theta)$ *et* $B^r_u(R - Q, \Theta)$.

Le second de ces isomorphismes est une conséquence immédiate du premier. Celui-ci se laisse démontrer à l'aide du lemme suivant :

Lemme. — *Un cycle* o *quelconque, nul sur* Q, *est homologue à un cycle qui ne diffère de zéro que sur un ensemble bicompact dans* R — Q.

3. Les raisonnements précédents peuvent être appliqués à la démonstration des théorèmes suivants :

Premier théorème de dualité. — *Soit* R *un espace localement bicompact dont les groupes* $B^r_0(R, J)$ *et* $B^{r-1}_0(R, J)$ *sont nuls. Quel que soit l'ensemble* $Q \subset R$ *fermé dans* R, *les groupes* $B^{r-1}_0(Q, J)$ *et* $B^r_0(R - Q, J)$ *sont isomorphes.*

Second théorème de dualité. — *Soit* R *un espace localement bicompact dont les groupes* $B^r_u(R, \Theta)$ *et* $B^{r-1}_u(R, \Theta)$ *sont nuls. Quel que soit l'ensemble* $Q \subset R$ *fermé dans* R, *les groupes* $B^{r-1}_u(Q, \Theta)$ *et* $B^r_u(R - Q, \Theta)$ *sont isomorphes.*

---

(1) M. Lefschetz a énoncé sa définition, bien entendu, pour les cycles relatifs au sens ordinaire de M. Victoris. Il a aussi étudié, pour ce cas, les notions d'homologie et de groupes de Betti relatifs (*Topology*, New-York, 1930).

4. Soit maintenant $R = R^n$ l'espace euclidien à n dimensions. Dans le cas

$$1 < r < n,$$

les conditions des théorèmes de dualité sont remplies. On obtient donc dans ce cas d'après les formules (1) et (2) de (B III) que *les groupes isomorphes*

$$B_0^{r-1}(Q, J) \approx B_0^r(R^n - Q, J) \approx B_u^{n-r}(R^n - Q, J)$$

sont réciproques aux groupes

$$B_u^{r-1}(Q, \Theta) \approx B_u^r(R^n - Q, \Theta) \approx B_0^{n-r}(R^n - Q, \Theta).$$

Il en résulte en particulier que $B_u^{r-1}(Q, \Theta)$ et $B_u^{n-r}(R^n - Q, J)$ sont réciproques, ce qui constitue précisément *le théorème de dualité de M. Alexander* dans la forme générale qui lui a été récemment donnée par M. Pontrjagin.

TOPOLOGIE. — *Sur l'homotopie n-dimensionnelle.*
Note de M. **Natan Aronszajn**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans une Note précédente [1], nous avons défini plusieurs notions (comme quasi-groupe, lacet pur, etc.) que nous allons utiliser maintenant.

1. Soit P un polyèdre topologique connexe. Nous appellerons *lacet n-dimensionnel dans* P, l'ensemble $[L^n, t]$ d'un lacet pur L^n et d'une transformation continue t de la pseudo-variété V de L^n dans le polyèdre P.

Deux lacets dans P, $[L_1^n, t_1]$ et $[L_2^n, t_2]$ seront dits du même type et considérés comme essentiellement identiques s'il existe une homéomorphie h entre les pseudo-variétés V_1 et V_2 conservant les simplexes distingués et les côtés droits et telle que $t_1(x) = t_2[h(x)]$ pour tout x de V_1.

Fixons une transformation continue τ d'un simplexe géométrique $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ telle que $\tau[(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)] \subset P$. Considérons ensuite l'ensemble de tous les lacets $[L^n, t]$ dans P tels que la transformation t sur le simplexe distingué $A = (a_1, \ldots, a_n)$ s'obtient de τ par l'intermédiaire de la correspondance barycentrique β entre $(a_1, \ldots, a_n)$ et $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$ avec $\beta(a_i) = \alpha_i$, de manière que $t(x) = \tau[\beta(x)]$ pour tout x de A. De cet ensemble nous allons faire un quasi-groupe $A^n(P)$ comme suit : nous poserons, 1° $-[L^n, t] = [-L^n, t]$; 2° $[L_1^n, t_1] + [L_2^n, t_2] = [L_1^n + L_2^n, t]$, où t coïncide sur l'ensemble $V_i' - (B_i + C_i)$ (comp. la construction de $L_1^n + L_2^n$) avec t_i et sur les simplexes recollés essentiellement avec τ.

Deux lacets $[L_1^n, t_1]$ et $[L_2^n, t_2]$ sont homotopes, si $L_1^n = L_2^n = L^n$ et s'il existe une

---

[1] *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1475.

fonction continue $f(\theta, x)$ définie pour $0 \leqq \theta \leqq 1$, $x \in V$, telle que $f(0, x) = t_1(x)$, $f(\theta, x) \in P$, $f(1, x) = t_2(x)$ et que pour $x \in A$ et $0 \leqq \theta \leqq 1$, $f(\theta, x) = t_1(x) = t_2(x)$. L'homotopie est conservée par l'inversion et l'addition des lacets. Ceci permet de diviser les éléments du quasi-groupe $\Lambda^n(P)$ en classes d'éléments homotopes et de définir l'inverse $-C$ d'une telle classe C comme la classe des inverses des éléments de C et la somme de deux classes $C_1 + C_2$ comme la classe des sommes de deux éléments pris dans C_1 et C_2. On obtient ainsi le quasi-groupe $\Gamma^n(P)$ d'homotopie n-dimensionnelle de P. Ce groupe semble *a priori* dépendre du choix de la transformation τ du simplexe distingué dans P. Mais il n'en est rien d'après le

Théorème. — *Les quasi-groupes $\Gamma^n(P)$ correspondant aux différentes transformations du simplexe distingué sont isomorphes.*

Par conséquent nous pouvons admettre dans la suite *que dans les lacets $[L^n, t]$ le simplexe distingué est transformé en un seul point $p \in P$.*

On voit tout de suite que $\Gamma^1(P)$ forme le groupe fondamental de Poincaré.

2. En se basant sur le théorème du n° 1 de la Note précédente, on peut former, à partir du quasi-groupe d'homotopie $\Gamma^n(P)$, une quantité des groupes. A cet effet on prendra dans $\Gamma^n(P)$ un sous-quasi-groupe, ensuite on choisira dans celui-ci un sous-quasi-groupe normal et l'on formera le groupe quotient du premier par le second.

Nous allons utiliser les quasi-groupes des lacets purs Δ_k^n introduits dans la Note précédente.

Prenons un sous-quasi-groupe δ_k de Δ_k^n et considérons l'ensemble de tous les lacets $[L^n, t]$ dans P tels que L^n appartient à δ_k et que l'image $t(V)$ de la pseudo-variété V de L^n est au plus i-dimensionnelle. Ces lacets forment un sous-quasi-groupe $\lambda_{k,i}$ de $\Lambda^n(P)$. A $\lambda_{k,i}$ correspond dans le quasi-groupe d'homotopie $\Gamma^n(P)$ un sous-quasi-groupe $\gamma_{k,i}$. On a évidemment les inclusions : $\gamma_{k,0} \subset \gamma_{k,1} \subset \gamma_{k,2} \subset \ldots \subset \gamma_{k,n} = \gamma_{k,n+1} = \ldots$. On démontre le théorème suivant :

Théorème I. — *Pour $j > i \geqq k$, $\gamma_{k,i}$ est un sous-quasi-groupe normal de $\gamma_{k,j}$. Si $n \geqq 2$, le groupe-quotient $\gamma_{k,j}/\gamma_{k,i}$ est abélien.*

Dans la multitude des quasi-groupes et groupes que l'on peut ainsi obtenir, nous choisirons certains qui nous paraissent les plus remarquables.

Tout d'abord, en prenant, pour $k = 0$, δ_0 composé du seul lacet sphérique (qui forme à lui seul un sous-groupe de Δ_0^n), on obtient comme $\gamma_{0,n}$ le groupe $\pi_n(P)$ de Hurewicz et comme $\gamma_{0,i}$ ($i = n-1, n-2, \ldots, 0$) une suite décroissante des sous-groupes de $\pi_n(P)$ finissant par $\gamma_{0,0}$ composé du seul élément zéro.

Ensuite, pour $0 \leqq k \leqq n-1$, nous prendrons comme δ_k le quasi-groupe Δ_k^n

tout entier. En place des $\gamma_{k,i}$, nous obtiendrons maintenant des quasi-groupes $\Gamma^n_{k,i}(P)$. $\Gamma^n_{n-1,n}(P)$ coïncide avec $\Gamma^n(P)$. On trouve que le groupe-quotient $\Gamma^n_{k,j}/\Gamma^n_{k,i}$ est isomorphe à un sous-groupe de $\Gamma^n_{k,j_1}/\Gamma^n_{k,i}$ pour $k \leq i \leq j \leq j_1$. Les plus importants de ces groupes sont les $\pi_{n,k}(P) = \Gamma^n_{k,n}(P)/\Gamma^n_{k,k}(P)$ pour $k = 0, 1, \ldots, n-1$. Pour les deux groupes extrêmes de cette suite, on obtient les propositions suivantes :

Théorème II. — *$\pi_{n,0}(P)$ est isomorphe avec le groupe $\pi_n(P)$ de Hurewicz.*

Théorème III. — *Pour $n \geq 2$, $\pi_{n,n-1}(P)$ est isomorphe avec le $n^{\text{ième}}$ groupe de Betti de P, $B^n(P)$ aux coefficients entiers.*

En utilisant certaines méthodes de M. Hurewicz on arrive au

Théorème IV. — *Soit $n \geq 2$. Si, pour $1 \leq i \leq n-1$, les groupes $\pi_i(P)$ se réduisent à l'élément zéro, le quasi-groupe $\Gamma^n(P)$ est isomorphe à la somme directe du quasi-groupe des lacets n-dimensionnels purs et du groupe de Betti $B^n(P)$; dans ce cas tous les groupes $\pi_{n,k}(P)$ sont isomorphes avec $B^n(P)$.*

Ces résultats proviennent du fait que sous les hypothèses du théorème deux lacets dans P, $[L^n, t]$ et $[L^n, t_1]$, sont homotopes si les deux cycles $t(V)$ et $t_1(V)$ sont homologues dans P.

Nos considérations s'appliquent aux polyèdres P finis ou infinis et même aux espaces satisfaisant à la condition (Δ), introduits récemment par M. Borsuk. Il serait intéressant d'adapter les définitions et notions introduites ici aux espaces plus généraux, par exemple les espaces localement contractiles.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un problème de maximum de Stieltjes.*
Note de M. **Tibère Popoviciu**.

1. *Hypothèses faites sur la fonction $f(x)$.* — $f(x)$ est une fonction réelle, définie et uniforme sur l'ensemble E formé par m intervalles finis et fermés (a_i, b_i), $a_i < b_i (i = 1, \ldots, m)$; $b_i \leq a_{i+1} (i = 1, \ldots, m-1)$ de l'axe réel. Nous dirons que $f(x)$ est une fonction (C) si, dans chaque intervalle (a_i, b_i) : 1° elle est non-négative dans l'intervalle ouvert, mais il y a des points aussi voisins que l'on veut de a_i et de b_i où la fonction est positive; 2° elle est continue en a_i et en b_i; 3° $f(a_i) = f(b_i) = 0$; 4° elle est exponentiellement concave dans tout l'intervalle. Cette dernière propriété signifie

que

$$f(x_2) > f(x_1)^{\frac{x_3-x_2}{x_3-x_1}} f(x_3)^{\frac{x_2-x_1}{x_3-x_1}} \qquad (a_i \leq x_1 < x_2 < x_3 \leq b_i),$$

donc que $\log f(x)$ est concave.

2. *Hypothèses faites sur les points x_i.* — Nous dirons que les n points x_1, x_2, ..., x_n de l'axe réel ont une distribution donnée $[k_1, k_2, \ldots, k_m]$ si, parmi ces points, il y en a k_i dans l'intervalle $(a_i, b_i)(i = 1, \ldots, m)$. On a $k_i \geq 0$, $k_1 + k_2 + \ldots + k_m = n$. Nous dirons que deux distributions différentes $[k_1, k_2, \ldots, k_m]$ et $[k'_1, k'_2, \ldots, k'_m]$ de n points $x_1 < x_2 < \ldots < x_n$ (dont aucun ne coïncide avec un a_i ou un b_i) et $x'_1, x'_2, \ldots, x'_n$ respectivement, sont *consécutives* si on peut choisir les points x'_i de manière que l'on ait

$$x_1 < x'_1 < x_2 < x'_2 < \ldots < x_n < x'_n \quad \text{ou} \quad x'_1 < x_1 < x'_2 < x_2 < \ldots < x'_n < x_n.$$

Nous dirons aussi que deux distributions $[k_1, k_2, \ldots, k_m]$ et $[h_1, h_2, \ldots, h_m]$ de n points $x_1 < x_2 < \ldots < n_n$ et de $n-1$ points $y_1, y_2, \ldots, y_{n-1}$ respectivement, sont *consécutives* si on peut choisir les points y_i de manière que l'on ait $x_1 < y_1 < x_2 < \ldots < y_{n-1} < x_n$.

3. *Position du problème.* — La fonction $f(x)$ étant une fonction (C) et les points x_i ayant une distribution donnée, nous avons étudié le maximum de l'expression

$$D(x_1, x_2, \ldots, x_n; f) = f(x_1), f(x_2), \ldots, f(x_n) \prod_{i>j}^{1, 2, \ldots, n} (x_i - x_j)^2.$$

4. *Résultats.* — Dans ces conditions, nous avons trouvé que :

I. $D(x_1, x_2, \ldots, x_n; f)$ *a un maximum atteint pour au moins un système de points x_i.*

II. *Ce maximum est atteint pour un seul système de n points, distincts et différents des points a_i et b_i.* Nous désignons par $\xi_{n,1} < \xi_{n,2} < \ldots < \xi_{n,n}$ les points pour lesquels le maximum est atteint. Nous dirons que c'est le *système maximisant* de notre problème.

III. *La correspondance entre une fonction* (C) *et son système maximisant est continue.* Donc, à tout $\varepsilon > 0$, correspond un $\eta > 0$ tel que si $g(x)$ est une autre fonction (C) vérifiant $|f - g| < \eta$ sur E, on ait

$$|\xi_{n,i} - \xi'_{n,i}| < \varepsilon \qquad (i = 1, \ldots, n),$$

$\xi'_{n,i}$ étant le système maximisant de $g(x)$ correspondant au même problème.

IV. *Les systèmes maximisants* $\xi_{n,i}$, $\xi'_{n,i}$ *correspondant, pour la même fonction* $f(x)$, *à deux distributions consécutives de* n *points, se séparent.* On a donc

$$\xi_{n,1} < \xi'_{n,1} < \xi_{n,2} < \ldots < \xi_{n,n} < \xi'_{n,n} \quad \text{ou} \quad \xi'_{n,1} < \xi_{n,1} < \xi'_{n,2} < \ldots < \xi'_{n,n} < \xi_{n,n}.$$

V. *Les systèmes maximisants* $\xi_{n,i}$, $\xi_{n-1,i}$ *correspondant, pour la même fonction* $f(x)$, *à deux distributions consécutives de* n *et de* $n-1$ *points, se séparent.* On a donc

$$\xi_{n,1} < \xi_{n-1,1} < \xi_{n,2} < \ldots < \xi_{n-1,n-1} < \xi_{n,n}.$$

On peut dire que deux systèmes maximisants de n points ou bien de n et $n-1$ points se séparent toujours, à moins que cette séparation ne soit *visiblement impossible*.

5. *Le problème de Stieltjes.* — Le cas particulier

$$f(x) = \prod_{i=1}^{m} |x-a_i|^{\sigma_i}\,|x-b_i|^{\rho_i} \quad (\sigma_i,\ \rho_i \text{ positifs})$$

a été examiné par Th. Stieltjes, qui a obtenu les propriétés I et II d'une autre manière ([1]) Dans ce cas, le polynome $P(x) = \prod_{i=1}^{n}(x-\xi_{n,i})$ vérifie une équation différentielle linéaire de la forme

$$y'' + \left(\sum_{i=1}^{m} \frac{\sigma_i}{x-a_i} + \frac{\rho_i}{x-b_i}\right)y' + \frac{\psi(x)}{(x-a_1)(x-b_1)\ldots(x-a_m)(x-b_m)}\,y = 0,$$

$\psi(x)$ étant un certain polynome de degré $2m-2$.

Nous avons obtenu les propriétés IV et V en montrant qu'il suffit de faire la démonstration pour ce cas particulier et même seulement pour certaines valeurs particulières des constantes σ_i et ρ_i.

La propriété IV est une généralisation, très étendue, de certains résultats de F. Klein ([2]) et E. B. van Vleck ([3]). La propriété V se rattache, pour $m=1$, à la théorie des polynomes de Jacobi ([4]).

([1]) *Acta Mathematica*, 6, 1885, p. 321.
([2]) *Mathematische Annalen*, 18, 1881, p. 237.
([3]) *Bulletin of the Amer. Math. Soc.*, 2e série, 4, 1898, p. 426.
([4]) Th. J. Stieltjes, *Comptes rendus*, 100, 1885, p. 620.

CALCUL DES VARIATIONS. — *Courbes minimisantes non rectifiables et champs généraux de courbes admissibles dans le calcul des variations.* Note [1] de M. **Karl Menger**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit D un domaine fermé et borné d'un espace euclidien, $f(p, \mathfrak{z})$ une fonction définie pour les points p de D et les directions $\mathfrak{z}$ de l'espace. $P = \{p_1, \ldots, p_n\}$ étant un polygone, nous posons

$$l(P, f) = \Sigma f(p_i, \mathfrak{z}_i)\, d(p_i, p_{i+1}),$$

où $\mathfrak{z}_i$ désigne la direction de p_i à p_{i+1} et $d(p, q)$ d'une façon générale la distance des points p et q. Soit C une courbe (image continue d'un intervalle fermé). Si pour toute suite distinguée $P_1, P_2, \ldots$ de sous-polygones de C les nombres $l(P_1, f)$, $l(P_2, f)$, ... convergent, nous considérerons, comme l'ont fait, indépendamment l'un de l'autre, M. Bouligand et moi, leur limite (qui est indépendante de la suite distinguée considérée) et nous la désignerons par $l(C, f)$.

Soit $f(p, \mathfrak{z})$ une fonction en tout point p continue et quasi régulière, c'est-à-dire satisfaisant à l'inégalité

$$f(p, \mathfrak{z}_{pq})\, d(p, q) + f(p, \mathfrak{z}_{qr})\, d(p, r) \geqq f(p, \mathfrak{z}_{pr})\, d(p, r),$$

$\mathfrak{z}_{xy}$ désignant la direction de x à y. Alors $l(C, f)$ existe pour toute courbe *rectifiable* C et nous avons le théorème : *$\mathcal{C}$ étant une famille complète de courbes rectifiables, sous la condition ci-après* (A) *il existe au moins une courbe de $\mathcal{C}$ pour laquelle $l(C, f)$ atteint son minimum.* (A) : *quel que soit λ, la longueur des courbes rectifiables C telles que $l(C, f) \geqq \lambda$ est bornée.*

Désignons en chaque point p par $g(p)$ le minimum de $f(p, \mathfrak{z}) + f(p - \mathfrak{z})$ pour toutes les directions $\mathfrak{z}$ et faisons sur f la nouvelle hypothèse : $g(p) > 0$ *quel que soit p de* D. Dès lors $l(C, f)$ existe pour *toute* courbe et, en particulier, $l(C, f) = \infty$ si C non rectifiable. Par ailleurs les deux conditions suivantes (A_0) et (K) sont *équivalentes.* (A_0) : *la longueur des courbes rectifiables C telles que $l(C, f) \leqq 0$ est bornée.* (K) : *de toute suite de courbes C_1, C_2, ... pour lesquelles $l(C_n, f)$ est borné on peut extraire une suite qui converge vers une courbe.* Un exemple remarquable de Hahn [2] montre que même dans le cas d'une fonction semi-définie positive, c'est-à-

---

(1) Séance du 11 mai 1936.

(2) *Wiener Akad. Ber.*, 134, 1925, p. 445.

dire ne prenant que des valeurs $\geqq 0$, les deux conditions peuvent être en défaut. Cet exemple présente une suite de courbes rectifiables C_1, C_2, ... de longueur arbitrairement grande avec $l(C, f) = 0$ de laquelle en même temps il est impossible d'extraire une suite convergeant vers une courbe.

Si f est continue, quasi régulière et satisfait à la condition $g(p) > 0$ partout dans D *et à une des conditions* équivalentes (Λ_0) *et* (K), *chaque famille complète* C *de courbes quelconques (rectifiables ou non) en contient au moins une, et notamment une courbe rectifiable (pourvu que* C *ne contienne pas uniquement des courbes non rectifiables) pour laquelle $l(C, f)$ atteint son minimum relatif à toutes les courbes de* $\mathfrak{C}$. Voici un théorème dans lequel le champ des courbes de comparaison admet des courbes continues quelconques.

Si f est demi-définie positive, continue, quasi régulière et satisfait à la condition K, *et si $g(p) > 0$ pour tous les points p de* D *à l'exception de ceux d'un ensemble de mesure linéaire nulle au sens strict, toute famille complète* $\mathfrak{C}$ *de courbes en contient encore au moins une pour laquelle $l(C, f)$ atteint son minimum relatif à la famille* $\mathfrak{C}$. Mais dans ce cas, comme le montre un autre exemple de Hahn (¹), *la courbe minimisante n'est pas nécessairement rectifiable.* Pourvu que deux points quelconques de D suffisamment voisins puissent être joints par une courbe de longueur arbitrairement petite, les conditions (K) et $f(p, \mathfrak{z}) \geqq 0$ sont vérifiées sous l'hypothèse suivante : *pour tout couple de points distincts p et q la borne inférieure des nombres $l(C, f)$ pour l'ensemble des courbes* C *joignant p et q est > 0.* Voici donc des classes étendues de problèmes qui n'admettent une solution qu'après l'admission des courbes non rectifiables.

Quant à la condition $g(p) > 0$ dans le cas du plan et d'une fonction $f(x, y, x', y')$ admettant des dérivées partielles par rapport à x' et y', elle signifie que la figuratrice au point $p = (x, y)$ n'est pas plane. Dans tous les problèmes *semi-normaux* au sens de M. Tonelli on a donc $g(p) > 0$ partout. Si f est supposée en outre semi-définie positive, la condition $g(p) > 0$ équivaut au fait qu'on n'a pas au point $p : f(p, \mathfrak{z}) \equiv 0$ par rapport à $\mathfrak{z}$.

La positivité de $g(p)$ en tout point à l'exception de ceux d'un ensemble de mesure linéaire nulle au sens strict signifie alors que l'ensemble des points p où $f(p, \mathfrak{z}) \equiv 0$ en $\mathfrak{z}$ possède le même caractère.

Les théorèmes précédents peuvent être généralisés pour des espaces *distanciés généraux* et des *fonctions discontinues et irrégulières*. En conservant

---

(¹) *Loc. cit.*, p. 446. Cf. aussi Carathéodory, *Variationsrechnung*, 1935, p. 310.

les notations de ma Note précédente [1], les théorèmes de la présente Note restent vrais lorsqu'on remplace la condition 5° par 5 *bis* : il existe trois nombres η, ρ, ω tous > 0 tels que pour tout polygone P avec $l(P)/\alpha(P) > \eta$, $\alpha(P)$ désignant la distance des points finaux p et q de P, on ait

$$l_p(P, f) \geqq [\sigma(p, \rho) + \omega]\, l(P).$$

Dans l'espace euclidien à k dimensions cette condition est réalisée lorsque f est uniformément continue par rapport à ϑ et que

$$\frac{[g(p) - 2F\tau(p)]}{5k} > \sigma(p, \rho) + \omega.$$

Remarquons en terminant que pour des classes étendues de problèmes on peut démontrer que les courbes minimisantes dont nous venons d'affirmer l'existence sont des *arcs*, c'est-à-dire des courbes sans points multiples.

THÉORIE DE L'ÉLASTICITÉ. — *Le problème de Barré de Saint-Venant pour un corps homogène non isotrope imparfaitement flexible.* Note de M. **Charles Platrier**, présentée par M. Émile Jouguet.

Barré de Saint-Venant a traité le problème fondamental de la résistance des matériaux : « Équilibre élastique d'une barre homogène prismatique longue par rapport aux dimensions de sa section droite et soumise uniquement à des efforts appliqués aux deux sections droites de base » en supposant la matière isotrope parfaitement flexible et déformée à partir d'un état naturel.

En utilisant les notations d'une Communication antérieure [2] et de mon Cours de Mécanique à l'École Polytechnique, je me propose de traiter ce même problème en supposant encore la barre déformée à partir d'un état naturel, mais, *a*, imparfaitement élastique (c'est-à-dire que les tensions sur un élément de surface ne sont pas réductibles à une force unique, mais à une force et à un couple); *b*, non plus isotrope, mais homogène d'une manière particulière, son homogénéité étant définie par la fonction Φ qui entre dans les formules (3) de ma Note précitée [2] et que je choisis de la

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1007-1009.
(2) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 157.

forme

$$\Phi = \lambda(e_1 + e_2 + e_3)^2 + 2\mu(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + 2g_1^2 + 2g_2^2 + 2g_3^2) + \rho\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right)^2 + \sigma\left(\frac{\partial q}{\partial z}\right)^2 + \tau\left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2.$$

Le cas de Saint-Venant correspond à $\rho = \sigma = \tau = 0$; mais il est raisonnable de supposer qu'il n'en est point ainsi pour une barre prismatique allongée dans le sens de l'axe des z.

La solution $\overline{V}$ du problème de Saint-Venant ([1]) doit subir les seules modifications suivantes :

1° Le tenseur couple de tension $\overline{\overline{\Theta}}$ a trois coordonnées non nulles :

$$\Theta_{13} = \frac{\rho(1-\varpi)}{2\mu}(bz + l), \qquad \Theta_{23} = -\frac{\sigma(1-\varpi)}{2\mu}(az + m), \qquad \Theta_{33} = \frac{n\tau}{\mu}.$$

2° Le tenseur tension $\overline{\overline{T}}$ est dissymétrique et son composant gauche est le vecteur

$$P = -\frac{\rho(1-\varpi)}{4\mu}b, \qquad Q = \frac{\sigma(1-\varpi)}{4\mu}a, \qquad R = 0.$$

3° Les fonctions harmoniques φ_a et φ_b dont dépend la solution $\overline{V}$ sont telles que

$$\frac{-d\varphi_a}{\alpha\, dn} = \varpi y^2 - x^2 - \frac{\sigma(1-\varpi)}{2\mu}, \tag{1}$$

$$\frac{-d\varphi_b}{\beta\, dn} = \varpi x^2 - y^2 - \frac{\rho(1-\varpi)}{2\mu}. \tag{2}$$

4° Les conditions limites sur les bases où L, M, N sont à remplacer par

$$L - \int_{S_0} \Theta_{13}\, dS, \qquad M - \int_{S_0} \Theta_{23}\, dS, \qquad N + \int (Px + Qy - \Theta_{33})\, dS,$$

ne modifient pas les expressions de a, b, c, mais donnent

$$l = \frac{L}{A + \frac{\rho(1-\varpi)}{2\mu}S}, \tag{3}$$

$$m = \frac{-M}{B + \frac{\sigma(1-\varpi)}{2\mu}S}, \tag{4}$$

$$n\left(A + B + \frac{\tau}{\mu}S\right) + \frac{1}{2}\int_{S_0}\left(x\frac{d\varphi}{dy} - y\frac{d\varphi}{dx}\right)dS = N + aU - bV. \tag{5}$$

([1]) P. Painlevé et Ch. Platrier, *Cours de Mécanique de l'École Polytechnique*, p. 399 et suiv., Paris.

et si les axes centraux d'inertie de la section droite de la barre sont des axes de symétrie de cette section

$$(6) \qquad n = \frac{N}{C + \frac{\tau}{\mu} S - \int_L \varphi_n(x, y)\, d\frac{x^2 + y^2}{2}}.$$

L'étude des flexions simples et composées et celles de la torsion de la barre exige donc la connaissance de trois nouveaux coefficients de Lamé : ρ et σ que j'appellerai *coefficients de flexion* et τ que j'appellerai *coefficient de torsion*.

Pour fixer les qualités de la matière constituant une barre, on ne saurait donc se contenter de déterminer ses coefficients d'élasticité dits coefficient longitudinal et coefficient transversal. Il est nécessaire de procéder à des expériences de flexion et de torsion pour évaluer les coefficients de flexion et de torsion [en utilisant par exemple les formules (3), (4) et (6)]. Lorsque ces derniers ne sont pas négligeables (et les procédés de laminage des barres en métallurgie font qu'il en est généralement ainsi), la détermination des échantillons des poutres métalliques en résistance des matériaux (basée sur le problème de Saint-Venant) doit subir des corrections qui peuvent être importantes.

Observation de M. Émile Jouguet.

L'importance de problème de Saint-Venant rend intéressante toute généralisation de ce problème.

Nous voudrions signaler qu'on peut obtenir une généralisation de ce problème dans une voie différente de celle qu'a suivie ici M. Platrier. En restant dans le domaine de la théorie de l'élasticité ordinaire, et sans introduire les rotations comme le fait la Note précédente, on peut envisager un milieu admettant un axe d'isotropie *oz*, tel que celui qu'a envisagé Boussinesq [1], peu déformé et *peu chauffé* à partir d'un état initial naturel. Le potentiel par unité de volume d'un tel milieu est, τ désignant une petite élévation de température

$$- \eta\tau(e_1 + e_2) - \eta'\tau e_3 + \left(\frac{\lambda}{2} + \mu\right)(e_1^2 + e_2^2) + \left(\frac{\lambda}{2} + \mu''\right)e_3^2 + \lambda'(e_1 + e_2)e_3 + \lambda e_1 e_2 + 2\mu'(g_1^2 + g_2^2) + 2\mu g_3^2.$$

---

[1] *Cours d'Analyse infinitésimale*, 1, fasc. 2, p. 118.

On peut étendre la théorie de Saint-Venant à un prisme formé d'une telle matière et ayant ces génératrices parallèles à Oz, à condition que l'élévation de température τ soit uniforme.

Cette remarque peut être intéressante pour certains matériaux.

HYDRODYNAMIQUE. — *La période variable de l'écoulement d'un liquide dans un tube capillaire indéfini*. Note [1] de M. **Albert Grumbach**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'équation du régime permanent d'écoulement d'un liquide sous l'influence de son propre poids a été donnée par G. G. Stokes [2]; j'ai établi et intégré l'équation du régime variable, en le supposant laminaire. Le tube cylindrique de rayon a est vertical; μ est la viscosité cinématique du liquide, r la distance à l'axe, v la vitesse; on a ainsi

$$(1) \qquad r\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{g}{\mu} r = \frac{r}{\mu}\frac{\partial v}{\partial t}.$$

Quand le régime permanent est établi, la vitesse est

$$(2) \qquad w = \frac{g}{4\mu}(a^2 - r^2).$$

Nous posons

$$v = w + f(r, t).$$

On trouve, en combinant (1) et (2),

$$(3) \qquad r\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{\partial f}{\partial r} = \frac{r}{\mu}\frac{\partial f}{\partial t},$$

équation qui s'intègre par la méthode de Fourier

$$(4) \qquad f(r, t) = \Sigma u_n e^{-K_n \mu t},$$

où $u_1, u_2, \ldots, u_n$ sont des fonctions de la seule variable r; nous obtenons ainsi les équations différentielles

$$(5) \qquad r\frac{d^2 u_n}{dr^2} + \frac{du_n}{dr} + K_n r u_n = 0,$$

---

(1) Séance du 11 mai 1936.

(2) *Math. and Ph. Pap., Cambr. U. P.*, **1**, 1880, p. 105.

qui se ramènent à l'équation de Bessel d'ordre zéro. Les u demeurant finis, l'on adopte la solution

$$(6)\qquad f(r,t) = \sum A_n J_0(\sqrt{K_n}\, r)\, e^{-K_n \mu t}.$$

Le glissement étant supposé nul,

$$\sqrt{K_n} = \frac{\alpha_n}{a},$$

$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \ldots$ étant les zéros de $J_0(x)$.

v tendant vers v_∞ quand t croît indéfiniment, l'on trouve, avec $r = a\beta$,

$$(7)\qquad v = \frac{ga^2}{4\mu}\left(1 - \beta^2 - 8\sum \frac{J_0(\alpha_n \beta)}{\alpha_n^3 J_1(\alpha_n)} e^{-\frac{\alpha_n^2}{a^2}\mu t}\right).$$

L'expression du débit est

$$(8)\qquad \frac{dQ}{dt} = 2\pi a^2 \int_0^1 v\beta\, d\beta = \frac{\pi g a^4}{8\mu}\left[1 - 32\left(\frac{e^{-\frac{\alpha_1^2}{a^2}\mu t}}{\alpha_1^4} + \frac{e^{-\frac{\alpha_2^2}{a^2}\mu t}}{\alpha_2^4} + \ldots\right)\right].$$

La vitesse initiale étant nulle, il faut que

$$\sum \alpha_n^{-4} = \frac{1}{32};$$

nous retrouvons ainsi une des formules de Lord Rayleigh [1].

L'équation (8) montre que le régime permanent s'établit rapidement : par exemple, si de l'eau ($\mu \sim 10^{-2}$) s'écoule à travers un tube de $0^{mm},5$ de diamètre, le développement en série se réduit pratiquement à son premier terme égal ici à

$$0{,}03\, e^{-92t}.$$

L'équation du régime permanent fournit une valeur très approchée du volume débité un temps suffisamment long : avec les mêmes données numériques, le volume écoulé en 100 secondes s'obtient ainsi à 0,00014 près. L'expression exacte est

$$(9)\qquad Q = \frac{\pi g a^4}{8\mu}\left[t - \frac{32 a^2}{\mu \alpha_1^6}\left(1 - e^{-\frac{\alpha_1^2}{a^2}\mu t}\right)\right].$$

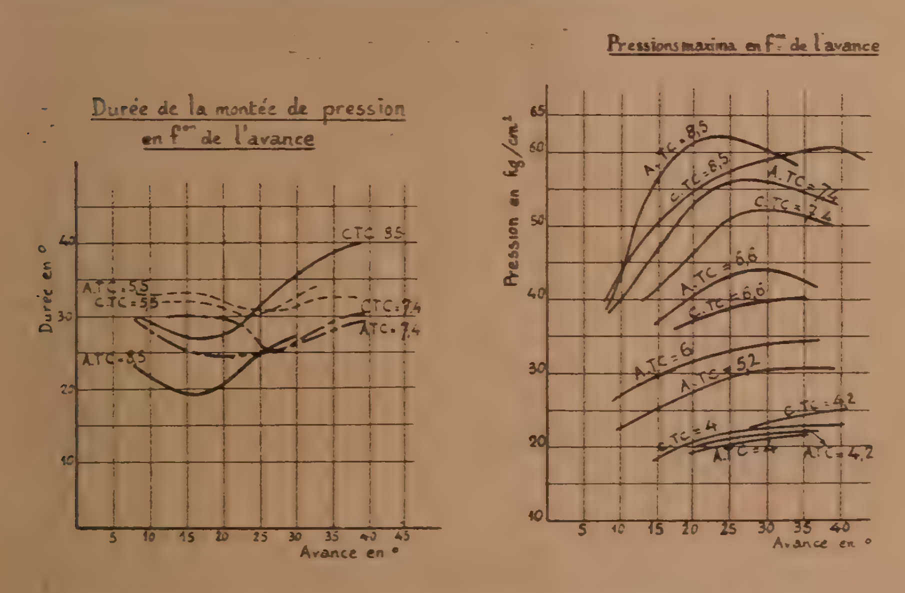
Les résultats précédents s'appliquent à l'écoulement libre d'un liquide contenu dans un réservoir très court surmontant un tube capillaire très long.

---

[1] *Sc. Pap., Cambr. U. P.*, **1**, 1900, p. 190.

MÉCANIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Relation entre le phénomène vibratoire accompagnant la détonation, la durée de la montée en pression et la valeur de la pression maxima durant la combustion dans un moteur thermique.* Note [1] de M. **Vichniesky**, présentée par M. Henri Villat.

L'expérimentation des moteurs thermiques, et en particulier la détermination des valeurs antidétonantes des essences combustibles au moyen de la méthode photocathodique permet d'effectuer un certain nombre d'observations qui précisent le mécanisme de la combustion.



Le maximum d'amplitude du phénomène vibratoire dû à la détonation ne coïncide pas avec la pression maximum lorsqu'on enregistre la courbe des pressions en fonction de l'avance à l'allumage. Cependant, l'intensité du phénomène vibratoire dépend de la pression maxima que l'on peut obtenir avec un carburant donné pour une avance donnée. Ainsi, on peut constater que le phénomène vibratoire est plus intense lorsqu'on utilise une essence qui permet d'obtenir des pressions maxima plus élevées. Cependant, on ne peut pas affirmer que l'intensité du phénomène vibra-

(1) Séance du 4 mai 1936.

toire est plus élevé avec une certaine essence détonante (A) qu'avec une autre essence moins détonante (C) sélectionnée par les méthodes courantes telle que la méthode C. F. R., car d'autres facteurs peuvent intervenir.

En effet, on constate que :

Le phénomène vibratoire est plus important pour l'essence C que pour l'essence A aux faibles taux de compression inférieurs à la valeur 5,5.

Les pressions obtenues avec l'essence C sont supérieures à celles qu'on peut obtenir pour le même taux de compression, celui-ci étant toujours inférieur à 5.

Au taux de compression 5,5 les deux essences donnent sur le diagramme des pressions maxima très voisines.

Si l'on dépasse la valeur 5,5, l'emploi de l'essence A détermine un phénomène vibratoire beaucoup plus intense que celui de l'essence C. De même les pressions maxima de combustion, obtenues avec l'essence A, sont supérieures à celles qu'on peut obtenir avec l'essence C pour une même valeur du taux de compression.

L'étude du délai de montée en pression (pressure lag.) montre que le maximum d'intensité du phénomène vibratoire coïncide avec le minimum de durée de montée en pression quel que soit le carburant utilisé (essence, éthanol, benzol, etc.). Dans l'étude du phénomène de montée en pression on est conduit à faire une distinction identique basée sur les différentes valeurs des taux de compression. Lorsque celui-ci a une valeur inférieure à 5,5 la durée de montée en pression pour l'essence très détonante A est supérieure à la durée de montée en pression de l'essence C, par contre, si le taux de compression dépasse la valeur 5,5, la position respective des courbes s'inverse et l'essence A donne une durée de montée en pression inférieure à celle obtenue avec l'essence C. Aux taux de compression voisins de 5,5 les deux essences se comportent de la même manière. Elles donnent en plus des pressions maxima très peu différentes et le phénomène vibratoire a la même intensité.

Ainsi, si l'on admet que l'intensité du phénomène vibratoire ou la durée de montée en pression déterminent la valeur antidétonante de l'essence, on voit que, suivant les conditions dans lesquelles on compare deux essences, on peut être conduit à leur attribuer des caractéristiques antidétonantes inverses.

ASTRONOMIE. — *Représentation analytique du relief lunaire.* Note (1) de Mlle **Georgette De Nockere.**

On sait avec quel succès Love d'abord, Prey ensuite ont abordé le problème de la représentation analytique du relief de la Terre; ils ont réussi non seulement à donner une description mathématique synthétique de la lithosphère, mais encore à interpréter les configurations actuelles comme le résultat des actions exercées au cours des âges par les forces gravitationnelles sur la croûte terrestre, à préciser ainsi notre connaissance de ces phénomènes.

La transcription de cartes et de tableaux synoptiques en langage algébrique peut s'effectuer à l'aide de développements en polynomes de Legendre ou de Laplace; M. Georges Prévost (2) a publié des tables de fonctions sphériques et de leurs intégrales qui facilitent grandement ce genre de calculs; les coefficients des développements de la série équivalente à la carte s'obtiennent par la méthode dite des *compartiments équivalents* dont l'utilité pratique a été démontrée par des travaux de Hayford et Bowie, puis de M. Marcel Brillouin.

Nous nous sommes proposé de représenter analytiquement le relief lunaire par les méthodes dont il vient d'être question. Nous nous sommes basée sur la carte hypsométrique de M. Helmuth Ritter (3) obtenue par l'observation des séparatrices d'ombre et de lumière sur la surface de la Lune, et qui, bien qu'elle prête à critique (4), fournit, par l'application d'une méthode générale suffisamment précise, les éléments de la transcription analytique des caractères principaux du relief lunaire.

Désignant par θ la colatitude sélénographique comptée de 0 à 180° à partir du pôle Sud et par α la longitude sélénographique comptée de 0 à 180° comme l'indique la figure ci-après (canevas de la projection orthographique), nous obtenons pour expression des altitudes Δr exprimées en dix-millièmes du rayon linéaire de la Lune ($r = 1736^{\text{km}}$) la formule

$$\Delta r = 2{,}58 + 4{,}55\cos\theta + \sin\theta\,(0{,}56\cos\alpha + 7{,}54\sin\alpha) + 4{,}83\,\frac{(3\cos^2\theta - 1)}{2}$$
$$+ 3\cos\theta\sin\theta\,(2{,}09\cos\alpha + 5{,}01\sin\alpha) + 3\sin^2\theta\,(1{,}18\cos 2\alpha + 1{,}8\sin 2\alpha).$$

(1) Séance du 4 mai 1936.

(2) *Tables des Fonctions sphériques et de leurs intégrales*, Paris, 1933.

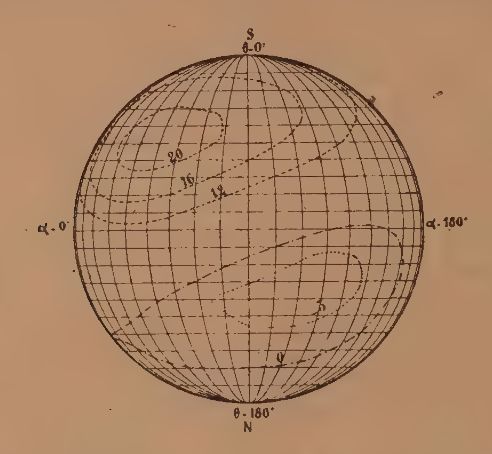
(3) *A. N.*, 252, n° 6034, 9 juin 1934.

(4) A. Jakowkin et I. Belkowitsch, *A. N.*, 256, n° 6137, 19 août 1935.

Le tracé des courbes de niveau calculées figure sur l'épure; en la comparant à la carte de M. Ritter on vérifie que la formule constitue un instrument descriptif suffisamment fidèle.

Pour obtenir la représentation du détail il faudrait calculer, semble-t-il, les harmoniques du troisième ordre. Il s'agirait là d'un travail assez considérable qu'il serait sans doute prématuré d'entamer avant de posséder une carte hypsométrique fort précise.

La formule que nous avons calculée paraît avantageuse pour l'étude des



problèmes relatifs à la figure de la Lune tels que les posait J. Franz [1]; la formule peut s'interpréter en considérant que l'harmonique du premier ordre correspond à la position excentrique du centre de figure par rapport au centre de la sphère de référence, que l'harmonique du second ordre correspond à l'aplatissement des méridiens sélénographiques.

La position du centre de la sphère de référence dans le trièdre constitué par les axes principaux d'inertie de la Lune repose sur l'observation méridienne des bords de la Lune, sur l'observation des occultations, sur la détermination des valeurs de l'équation du centre et des librations.

---

(1) *Die Figur des Mondes*, Sonderabdruck aus Band 38 der *Astronomischen Beobachtungen auf der Königl. Universitäts Sternwarte zu Königsberg*, 1899.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur une théorie synthétique de la gravitation et de l'électromagnétisme.* Note de M. **Jean Hély**, présentée par M. Ernest Esclangon.

L'espace-temps est simplement tel que l'on puisse avoir, en tout point, avec des coordonnées appropriées,

$$g_{11}=g_{22}=g_{33}=-1, \quad g_{44}=1, \quad g_{\alpha\beta}=0 \quad \text{pour} \quad \alpha\neq\beta;$$

les coefficients g désignant les composantes numériques de l'opérateur tensoriel servant à définir en chaque point le produit scalaire de deux vecteurs et le carré de l'intervalle élémentaire d'hyperespace ds.

Ceci posé, chaque masse M_0 de l'Univers, prise sur sa ligne d'Univers à une hyperdistance nulle d'un certain point P, crée en ce point un élément de fonction de force gravifique réduite, φ, égal à

$$\frac{KM_0}{c^2 r}\left(1+3\sum\frac{KM_0}{c^2 r}\right),$$

K désignant la constante habituelle de la gravitation, c la vitesse de la lumière et r le produit scalaire d'un certain quadrivecteur-unité $\bar{1}_{M_0}$ (variable avec M_0) par le quadrivecteur $\bar{r}$, d'hyperlongueur nulle, qui joint le point M_0 au point P.

Chaque charge q crée de même au point P un élément de quadrivecteur-potentiel électrodynamique égal à

$$(1) \qquad q\left(\frac{\overline{ds}}{ds}\right)_q\cdot\frac{1}{\rho} \quad (^1),$$

ρ désignant le produit scalaire du quadrivecteur joignant q et P (et d'hyperlongueur nulle) par un certain quadrivecteur-unité $\bar{1}_q$.

Le quadrivecteur-unité $\bar{1}_{M_0}$, utilisé pour la masse M_0 et le calcul de r, est seulement assujetti à être parallèle au quadrivecteur-somme

$$\Sigma e^{-\frac{r}{B}}\, m_0\left(\frac{\overline{ds}}{ds}\right)_{m_0},$$

(1) $\left(\frac{\overline{ds}}{ds}\right)_q$ ou encore $\frac{\overline{ds}_q}{ds_q\;\bar{1}_q}$, autre solution du problème.

(où B est une constante et où r est obtenu, pour chaque masse m_0, à partir des quadrivecteurs $\overline{1}_{M_0}$ et $\overline{m_0 M}$), étendu à toutes les masses m_0 de l'Univers prises à une hyperdistance nulle de M_0. Le quadrivecteur-unité $\overline{1}_q$, utilisé pour la charge q et le calcul de ρ, est défini d'une manière analogue à partir de toutes les charges électriques existant dans l'Univers et de lui-même, soit d'une manière implicite.

Dans ces conditions, Φ représentant la fonction de force réduite totale de la gravitation et $\overline{\Psi}$ le quadrivecteur-potentiel électrodynamique, au point variable P où se trouve une certaine particule mobile m_0, e, le mouvement de cette particule est simplement tel que l'intégrale

$$\int \left(m_0 c^2 \, ds_{m_0} \sqrt{1 - 2\Phi} + e \, \overline{ds_{m_0}} \, \overline{\Psi} \right)$$

soit stationnaire entre deux points quelconques de la ligne d'Univers décrite, lorsque l'intégration est effectuée le long de cette ligne d'Univers, ou d'une autre ligne voisine ayant mêmes extrémités.

Une fois en possession de ces lois, on peut toujours enfin, pour étudier tel ou tel problème particulier, choisir un système de coordonnées de Lorentz tel que l'on ait en tout point $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ et qu'un certain quadrivecteur-unité $\overline{1}_q$ ou $\overline{1}_{M_0}$ ait ses trois composantes spatiales nulles. La charge q ou la masse M_0, créatrice de potentiel, à laquelle se rapporte le quadrivecteur considéré $\overline{1}_q$ ou $\overline{1}_{M_0}$, n'a pas en général une vitesse nulle dans le système de coordonnées en question; mais comme la quatrième et unique composante de $\overline{1}_q$ ou $\overline{1}_{M_0}$, dans ce système, est nécessairement $1/c$, le produit scalaire du quadrivecteur $\overline{r}$ (suivant lequel s'exerce l'action de q ou de M_0) par le quadrivecteur $\overline{1}_q$ ou $\overline{1}_M$, se réduit à $c^2 \times 1/c \times d/c = d$, d représentant la longueur spatiale du quadrivecteur $\overline{r}$ (dont la composante de temps est nécessairement d/c, puisque l'hyperlongueur $c^2 t^2 - d^2$ de ce quadrivecteur est nulle par hypothèse). Dans certains cas d'ailleurs, tels que celui du mouvement des planètes autour du Soleil, le quadrivecteur-unité $\overline{1}_{M_0}$ est parallèle au quadrivecteur-déplacement de la masse créatrice de potentiel, et celle-ci se trouve au repos dans le système de coordonnées ci-dessus défini. La distance spatiale d du Soleil à la planète peut alors être considérée comme la distance, à tel instant où l'on observe la planète, des positions simultanées ou non des deux astres.

PHONOGRAPHIE. — *Sur un répétiteur automatique destiné à la culture physique de la mémoire*. Note (1) de M. **Louis Routin**, présentée par M. Léon Lecornu.

La mémoire enregistre avec facilité toute audition, musicale ou littéraire, à condition qu'elle ne soit pas de trop longue durée (au maximum de 15 à 20 secondes) et qu'elle soit répétée un nombre de fois suffisant. Notre méthode pour la *culture physique de la mémoire* comporte l'utilisation de ces *deux grands principes du fractionnement et de la répétition*. Son application est réalisée par la création d'un phonographe de type nouveau qui permet de fractionner à volonté l'audition d'un enregistrement quelconque et de faire répéter automatiquement le paragraphe en étude aussi longtemps que cela est jugé nécessaire.

Le problème à résoudre était assez complexe; on se bornera ici à indiquer sommairement les conditions essentielles qu'il fallait remplir et les solutions qui ont été adoptées.

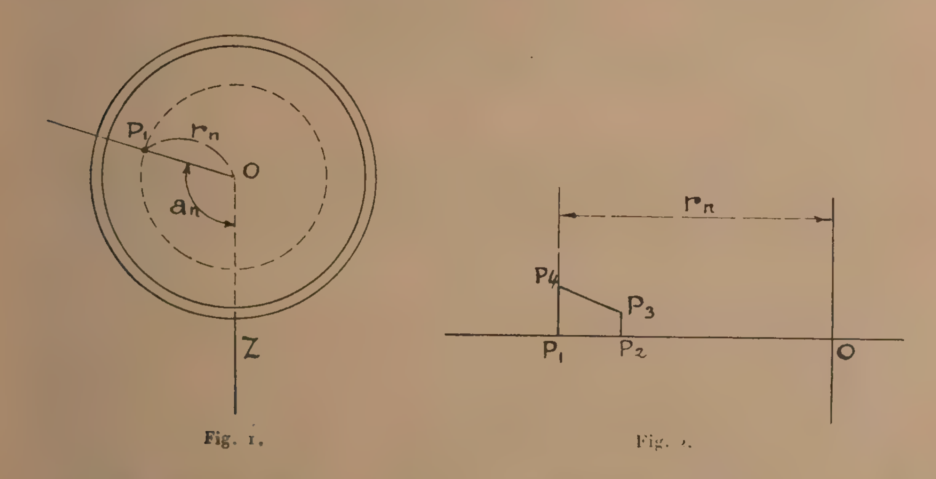


Fig. 1. Fig. 2.

Si l'on désigne (voir *fig*. 1) par r_n et a_n les deux coordonnées polaires qui, par rapport au centre du disque et à un rayon-origine Oz tracé sur le plateau porte-disque, définissent le point P_1 du disque qui correspond au début du

(1) Séance du 11 mai 1936.

paragraphe en étude, il faut tout d'abord qu'à chaque répétition le mécanisme assure la reproduction de chacune de *ces deux coordonnées* au point du disque où s'effectue la reprise de contact avec l'aiguille.

Reproduction de r_n. — Une tige de commande qui peut coulisser librement suivant l'axe vertical autour duquel tourne le bras du phonographe est utilisée pour produire successivement (voir *fig.* 2) un soulèvement vertical de l'aiguille, de P_2 en P_3, puis un déplacement hélicoïdal de P_3 et P_4, et enfin un abaissement vertical de P_4 en P_1. Les déplacements verticaux sont obtenus par un basculement, et la composante horizontale du déplacement hélicoïdal est obtenue par la réaction d'une double rampe en forme de V sur un couteau qui est solidaire de la tige de commande et dont la rotation entraîne celle du bras du phonographe. La double rampe peut être orientée autour de l'axe vertical du bras, puis fixée dans une position qui assure la reproduction de la coordonnée r_n.

Les déplacements verticaux de la tige de commande sont obtenus à l'aide d'une came de manœuvre qui, à la fin de chaque audition, est entraînée, comme il sera expliqué plus loin, par le moteur du phonographe.

Reproduction de a_n. — Si l'on désigne par D la durée d'un tour du disque, par M la durée de la manœuvre de déplacement de l'aiguille et par A la durée du contact entre le disque et l'aiguille, on voit de suite que, pour assurer la reproduction de a_n, il faut et il suffit que $(M + A)$ soit un multiple de D.

Or, pour permettre l'étude de paragraphes ayant des longueurs différentes, A doit pouvoir, sans discontinuité, prendre l'une quelconque des valeurs comprises entre 1 et 20 secondes; il faut donc, pour remplir la condition sus-énoncée, que la durée de manœuvre M puisse être convenablement ajustée; et il est, de plus, évident que l'amplitude de sa variation doit pouvoir atteindre D.

Pour permettre de régler avec précision la valeur de A et pour assurer l'ajustage automatique de M, l'entraînement de la came de manœuvre est produit en utilisant un embrayage constitué à l'aide d'un cliquet (porté par la came) qui, dès qu'il est libéré, vient en prise, successivement avec une première roue à rochet comprenant 32 dents, puis, après avoir été déplacé suivant son axe, avec une seconde roue qui est accolée à la première et ne comporte que 8 dents. Les deux roues à rochet tournent d'un mouvement continu et le déplacement longitudinal de l'axe du cliquet est produit par une rampe fixe, après une rotation de 180° de la came de manœuvre. L'encliquetage final comportant 8 dents, il suffit de donner aux roues à rochet

une vitesse huit fois plus petite que celle du plateau porte-disque pour que, à chaque répétition, la reprise de contact s'effectue toujours sur le même rayon du disque, ce qui assure la reproduction de la coordonnée angulaire a_n.

D'autre part, comme on a conservé pour le disque la vitesse standard de 78 tours à la minute, la came fait un tour en $(60 \times 8)/78$, soit 5,6 secondes et, l'encliquetage initial comportant 32 dents, la durée A pendant laquelle l'aiguille restera en contact avec le disque peut être réglée avec une précision égale à 5,6/32, ce qui correspond à moins d'un cinquième de seconde.

L'arrêt de la came de manœuvre est produit par une butée qui soulève son cliquet chaque fois que, après avoir fait un tour complet, la came provoque en fin de course la reprise de l'audition. La libération du cliquet de la came de manœuvre à la fin du paragraphe en étude est produite par un dispositif chronométrique actionné par le moteur du phonographe.

Comme organes complémentaires, on a prévu un dispositif de signalisation qui entre en action dès que l'aiguille en service a été utilisée pendant un temps prédéterminé, ainsi qu'un servo-moteur qui permet d'obtenir à distance la suspension temporaire de l'audition à la fin du paragraphe en étude, puis sa reprise correcte au début du même paragraphe.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur l'oxydation électrolytique du chlorure de sodium en chlorate de sodium.* Note de MM. **Lucien Delavenna** et **Jean Maillard**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons réussi à améliorer le rendement de l'oxydation du chlorure de sodium en chlorate de sodium en empêchant le dégagement du chlore par circulation rapide de l'électrolyte, en opérant sous pression, en utilisant une forte densité de courant anodique et en refroidissant la liqueur.

Une cuve cylindrique en acier constitue la cathode; elle est obturée par un bouchon de caoutchouc supportant l'anode en toile de platine, fixée concentriquement au cylindre avec un écartement de 2^{mm}. Le bouchon laisse passer un thermomètre, puis au centre un gros tube de verre plongeant d'environ 2^{cm} dans le liquide, et sur la périphérie, affleurant la face inférieure du bouchon, un autre gros tube de verre pour le dégagement de l'hydrogène. Ces deux tubes sont prolongés vers le haut sur une longueur convenable en rapport avec la pression statique envisagée (400^{cm} d'eau), et

leurs extrémités supérieures sont réunies par un conduit ouvert à la pression atmosphérique. La partie médiane inférieure de ce conduit forme une cuvette destinée à recueillir le chlorate de sodium cristallisé produit.

L'appareil étanche est chargé d'une solution de chlorure de sodium saturée à 0° et contenant par litre, comme d'habitude, 10 à 15^g de bichromate de sodium cristallisé. Le refroidissement est obtenu par circulation de saumure réfrigérée. L'hydrogène provoque un mouvement ascendant dans l'un des tubes et l'électrolyte est ramené à l'électrolyseur par l'autre tube. On maintient la saturation de l'électrolyte en ajoutant du chlorure de sodium cristallisé, et par addition d'un excès, il se dépose dans le conduit de liaison, du chlorate de sodium, en une bouillie cristalline impalpable donnant directement par simple essorage, sans lavage, du chlorate de sodium pur ne contenant que de petites quantités de chlorure de sodium, de l'ordre de 0,5 pour 100.

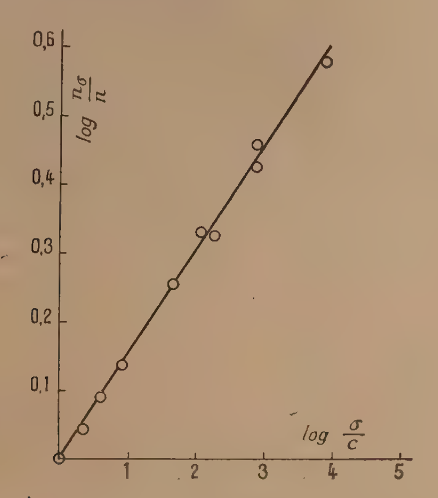
Pour une pression statique de 400^{cm} d'eau, nous avons constaté que la variation du rendement est fonction de la densité de courant anodique, du degré de saturation de l'électrolyte en chlorure de sodium et de la température. Avec une densité de courant anodique de 20 ampères par décimètre carré, dans un électrolyte saturé en chlorure de sodium et maintenu à la température de 0°, on obtient 95 pour 100 du rendement théorique, tandis que si l'on opère à 15°, les autres conditions restant les mêmes, on n'obtient plus que 83 pour 100. L'abaissement de la saturation en chlorure de sodium produit le même effet que l'élévation de la température, c'est-à-dire une diminution de rendement.

Nous sommes parvenus à tempérer cette influence néfaste de la température, en injectant dans l'électrolyseur une solution de chlorure de sodium additionnée d'acide chlorhydrique. Nous avons constaté que, pour une injection de *un* centimètre cube-heure par ampère-heure, on ne commence à percevoir un dégagement de chlore (pour une pression de 400^{cm} d'eau) qu'avec une concentration en acide chlorhydrique de 30$^{cm^3}$ de la solution à 22° B. dans 100$^{cm^3}$ de la liqueur d'injection.

On obtient ainsi l'oxydation électrolytique sous pression sans dégagement de chlore, sans danger d'explosion due au gaz tonnant, avec production d'hydrogène récupérable et extraction de chlorate de sodium directement cristallisé à 99,5 pour 100 de pureté.

ÉLECTROCHIMIE. — *Potentiel électrométrique et concentration des électrolytes*. Note (¹) de Mlle **Suzanne Veil**, présentée par M. Georges Urbain.

Le potentiel électrométrique des électrolytes en solution aqueuse précédemment défini (²), et qui varie dans une large mesure avec la nature de l'individu chimique concerné, se présente, pour un individu chimique donné, comme une fonction croissante de la concentration. La présente



Étude électrométrique du chlorure cuivrique.

étude a eu pour objet de préciser cette fonction dans le cas du chlorure cuivrique. La concentration a varié, à la température ordinaire, de la saturation σ à $\sigma/10\,000$.

Si l'on désigne par Π_σ le potentiel électrométrique de saturation, trouvé voisin de $+0,52$ volt et par c la concentration effective de la solution, la courbe représentative de $\log \Pi_\sigma/\Pi$ en fonction de $\log \sigma/c$ est approximativement une droite, comme le montre la figure. D'où

$$\Pi = \Pi_\sigma \left(\frac{c}{\sigma}\right)^{K},$$

(¹) Séance du 27 avril 1936.
(²) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 121.

formule rappelant celle que, dans un autre ordre d'idées, Freundlich a proposée pour rendre compte de l'adsorption des corps dissous.

La constante K est un nombre fractionnaire positif. Pour le chlorure cuivrique, $1/K$ est approximativement égal à 6.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Influence du* pH *sur l'effet Becquerel d'électrodes colorées*. Note de Mlle **Cécile Stora**, présentée par M. Jean Perrin.

I. Indicateurs d'oxydo-réduction (bleu de Nil, de méthylène, de crésyl).

Le *potentiel à l'obscurité* d'une électrode colorée (Pt + collodion teint) déterminé en fonction du pourcentage de substance réduite, donne, quel que soit le pH, une courbe en S dont le point d'inflexion E'_0 correspond à l'égalité de concentration des formes oxydées et réduites ($[Sr]/[So] = 1$). La courbe lieu de $E'_0 = \Psi(\text{pH})$ s'identifie avec celle obtenue par W. Clark, R. Wurmser, etc. pour les mêmes colorants en solution aqueuse.

pH	2,2.	2,8.	3,8.	5.	5,4.	6,6.	6,8.	7.	8.	9.	9,4.	12,3.
E'_0 bleu de méthyl. (mv) :												
W. Clark (30°)	–	+280	+190	–	+80	–	+38	–	– 20	–	– 63	–170
C. Stora (12 à 18°)	–	+272	+194	–	+80	–	+28	–	– 15,5	–	– 65	–166
E'_0 bleu de Nil (mv) :												
W. Clark (30°)	+210	+135	+ 65	–16	–38	–108	–	–140	–162	–196	–212	–404[a]
C. Stora (12 à 18°)	+208	+132	+ 66	–20	–30	–106	–	–142	–150	–184	–214	–394

L'identité de ces courbes jointe à l'obtention de courbes en S confirme l'*existence indubitable d'un équilibre d'oxydo-réduction réversible à la surface* (Pt) *de l'électrode* dont le potentiel à l'obscurité s'écrit, pour tous les pH,

$$E_h = E'_0 - \frac{RT}{nF} \operatorname{Log} \frac{(Sr)}{(So)}.$$

La *courbe des photopotentiels* correspondant à une courbe en S garde la même allure quel que soit le pH. On y observe, en général, un effet négatif à l'oxygène de l'air (réduction du colorant) tandis que, sous azote, en présence du réducteur on remarque un premier maximum faible, suivi d'un léger minimum, auquel succède un deuxième maximum très fortement accusé, tous effets positifs attribuables à l'oxydation du leuco-dérivé. Le pH affecte peu la forme de cette courbe mais surtout la grandeur des effets.

pH........	1,17.	2,2.	2,8.	3,8.	5.	5,4.	6,6.	7.	8.	9,4.	—11.	12,8.
					Effet négatif (mv). (Oxygène).							
B. de Nil....	+2,6	+ 2	+ 0,3	+ 2,8	— 3,1	— 3	—	— 3,5	— 3	— 1,5	—0,6	— 0,4
					Deuxième max. positif (mv). (Azote).							
B. de méthyl.	—	—	+17	+27	—	+36	—	+ 45	+50	+47	—	+13
B. de Nil....	—	+22	+24	+35	+42	+45	+190	+180	+75	+75	—	+19

D'après certaines règles empiriques établies pour les électrodes recouvertes d'un sel métallique (Garisson, Audubert) une diminution du pH diminue ou inverse un photopotentiel négatif tandis qu'elle augmente un photopotentiel positif. Seul l'effet négatif du bleu de méthylène et du bleu de Nil paraît se conformer à ces lois. Le photopotentiel positif correspondant au deuxième maximum diminue au contraire quand le pH diminue [1] (maximum entre 5 et 9).

II. Dérivés du xanthane, du di et triphényl méthane.

Les photopotentiels obtenus sous azote pur sont les suivants :

pH........	1,17.	2,2.	4,16.	6,1.	8.	10.	12,2.	13,1.	13,8.
				Xanthane (mv).					
Éosine......	+ 1,6	+ 2	+ 75	+ 94,5	+ 92	+105	+ 32,6	—15,3	—108
Érythrosine .	+ 1,5	+13,7	+200	+320	+322	+358	+240	+ 3,1	— 80
Rhodamine B.	+25	+39,7	+ 78	+ 62,5	+ 59,9	+ 51,5	+ 19,3	—19	— 75
				Di et triphényl méthane (mv).					
Auramine...	+62,4	+56,8	+ 91,2	+ 89	+102	+ 58	+ 10,8	—55,5	—120
Violet hexaméthylé ..		+ 2	+ 6,3	+ 10,5	—	+ 9,3	— 13,8	—11	— 80

L'effet positif (oxydation) de ces colorants passe en général, par un

---

(1) *Remarque importante.* — L'effet positif (2e maximum) du bleu de Nil, faible de pH 2 à 6, croît fortement au delà (6 à 10). Or d'après Clark les solutions réduites de ce colorant sont promptement réoxydées par l'air de pH 6,4 à 10, alors que cette oxydation est lente ou absente, en solution acide de pH 1 à 6,4.

Nous constatons, une fois de plus, que *l'effet Becquerel s'associe à l'aptitude réactionnelle* (oxydabilité, réductibilité, instabilité, etc., fonction de la constitution chimique) *de la molécule colorée organique* et cela, je pense, *dans la même mesure où la sensibilité photochimique de la molécule s'y rattache* (K. Gebarht, etc.).

maximum plus ou moins accusé pH = 4 et pH = 10; il s'inverse aux pH élevés, d'autant plus facilement que les dérivés sont moins photosensibles. Ce photopotentiel négatif doit être attribué, non à une réduction du colorant, mais probablement à la sensibilité photochimique ou thermique du carbinol formé par fixation d'ions (OH^-) sur le carbone central de la molécule colorée (Ariga, etc., solutions).

L'énorme photosensibilité positive de certains dérivés du xanthane s'annule presque aux faibles pH, ce qui est encore en opposition avec les règles empiriques précédentes. Par contre et si l'on se souvient que d'après O. Gros, D. Brownlie, K. Gebarht, N. Choucroun, une augmentation du pH accroît fortement la vitesse de la réaction photochimique, le parallélisme entre l'effet Becquerel et la sensibilité photochimique des molécules organiques colorées paraît se poursuivre. Notons toutefois qu'à ces faibles pH les colorants xanthaniques pâlissent; la chute de l'effet Becquerel pourrait alors relever d'une variation d'absorption.

On est ainsi amené à conclure que les règles relatives à l'influence du pH sur l'effet Becquerel d'électrodes à sels métalliques, ne sauraient convenir dans la majeure partie des cas, aux électrodes colorées. Le voisinage des pH de décoloration (ou de virage) et des pH *d'anomalie* photovoltaïque conduit à penser que, pour édicter des règles générales, il faudrait, indépendamment d'une catalyse de la réaction photochimique (sur l'électrode) par les ions (OH^-), tenir compte de l'absorption du corps photosensible, variable avec le pH et opérer en lumière monochromatique.

PHOTOMÉTRIE. — *Photométrie photographique dans l'ultraviolet extrême.* Note (¹) de Mme **Renée Herman-Montagne**, MM. **Lewi Herman** et **Raymond Ricard**, présentée par M. Charles Fabry.

On sait que le spectre de fluorescence du salicylate de sodium, formé d'une large bande bleue-violette, présente une distribution spectrale énergétique indépendante du rayonnement incident, tout au moins pour les longueurs d'onde inférieures à 3000 Å (²). Pour les plaques photographiques recouvertes d'une couche mince de salicylate de sodium, les facteurs de contraste γ (à temps de pose constant) et γ' (à éclairement constant)

(¹) Séance du 4 mai 1936.

(²) G. Déjardin et L. Herman, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 651.

doivent donc conserver les mêmes valeurs dans un large domaine spectral. Divers expérimentateurs [1] ont constaté qu'il en est bien ainsi entre 3000 et 1250 Å. Nous avons étendu la vérification jusqu'à 700 Å, pour les plaques Lumière, étiquette bleue traitées par une solution hydroalcoolique de salicylate de sodium de concentration égale à 9 pour 100. L'appareil dispersif utilisé est un spectrographe à réseau dans le vide, et la source de rayonnement est un tube cylindrique renfermant de l'air raréfié, rendu luminescent par le passage de courants de haute fréquence dans un enroulement extérieur (décharge sans électrodes).

Les résultats obtenus, relatifs au facteur γ', sont réunis dans le tableau suivant. Les valeurs de γ' ont été calculées en considérant :

λ(A).	γ'.	λ(A).	γ'.	λ(A).	γ'.	λ(A).	γ'.
1808.....	2,19	1561.....	2,25	1277.....	2,30	977.....	2,15
1676.....	2,26	1482.....	2,19	1207.....	2,26	834.....	2,21
1657.....	2,24	1356.....	2,28	1037.....	2,19	718.....	2,18
1592.....	2,28	1323.....	2,28	1010.....	2,27		

pour les courbes de noircissement relatives aux diverses longueurs d'onde, la portion correspondant aux densités comprises entre 2,8 et 3. On remarque que γ' est constant à moins de 6 pour 100 près. D'autre part, toutes les courbes de noircissement sont semblables et peuvent se déduire l'une de l'autre par une translation perpendiculaire à l'axe des densités. Ceci permet de tracer une seule courbe caractéristique, valable dans un large intervalle spectral, avec une précision très supérieure à celle que l'on obtient généralement en utilisant les repères peu nombreux correspondant à une longueur d'onde déterminée. Pour cela, il suffit de faire subir à chacune des courbes la translation convenable pour l'amener en coïncidence avec l'une d'entre elles. La figure 1 représente une courbe moyenne ainsi obtenue.

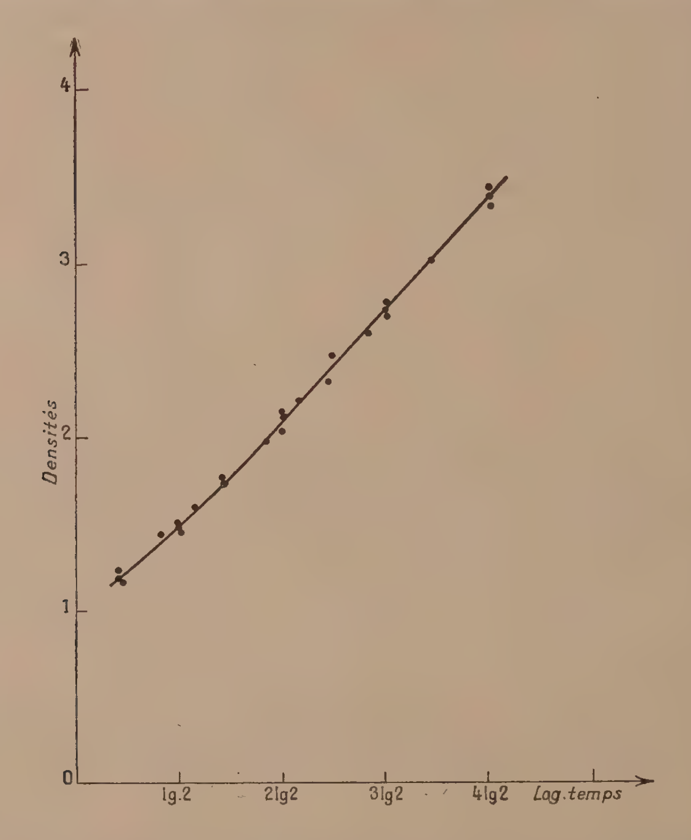
Les plaques sensibilisées par le salicylate de sodium ont été comparées systématiquement avec celles obtenues par le procédé préconisé par J. Duclaux et P. Jeantet [2], qui consiste à détruire le support de gélatine des plaques ordinaires par immersion dans l'acide sulfurique étendu. Les plaques traitées de cette manière présentent un facteur γ' beaucoup plus faible (au moins trois fois plus petit) que celui des plaques sensibilisées au salicylate. Mais la portion de la courbe caractéristique correspondant à

---

(1) Tien Kiu, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1348; J. Terrien, *Ibid.*, 202, 1936, p. 211; R. Herman-Montagne et R, Ricard, *Ibid.*, 202, 1936, p. 477.

(2) *Journal de Physique*, 6e série, 2, 1921, p. 156.

l'exposition normale est bien plus étendue dans le cas des plaques sans support de gélatine. Il en résulte que ces dernières, moins sensibles que les plaques au salicylate pour les forts éclairements, sont au contraire beaucoup plus sensibles pour les éclairements faibles. C'est ainsi que, pour

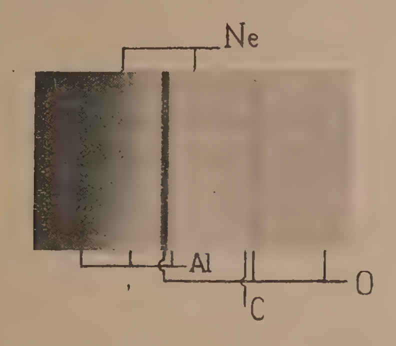


$\lambda = 1592$ A, par exemple, l'obtention d'une densité de noircissement égale à 1,5 nécessite, avec les plaques au salicylate, un temps de pose environ trois fois plus grand qu'avec les plaques sans gélatine. Ces dernières peuvent donc être employées avantageusement pour déceler des raies ou des bandes de faible intensité.

ÉLECTROOPTIQUE. — *Sur une méthode permettant d'obtenir des rayons X mous dans le cas des gaz et particulièrement le spectre K du néon.* Note (1) de M. **J. M. Bačkovský**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Nous avons réussi récemment, en collaboration avec M. V. Dolejšek, à obtenir le spectre d'émission de la série L de l'argon au moyen d'un tube ionique à basse tension (2).

Nous venons maintenant d'obtenir le spectre K du néon avec le même dispositif. Dans le cas du néon, la décharge dans le tube était très instable et nous dûmes changer la distance des électrodes, en conservant leur forme et leur nature, pour satisfaire au changement des conditions de la décharge (principalement au changement de la chute cathodique). Les électrodes



ont été faites en aluminium, avec une couche de borate de lithium sur l'anticathode, pour affaiblir l'intensité du spectre continu. Il est important pour un bon fonctionnement du tube de faire circuler et de purifier le gaz par la méthode utilisée par Paschen, dans le cas des spectres optiques. Dans notre dispositif le gaz entrait dans le tube par une fine soupape de verre (3) et passait dans le spectrographe par la fente, d'où il était repompé au moyen d'une pompe à condensation. Avant de rentrer dans le tube, il était dirigé à travers un appareil monté d'après Gehlhoff (4) où il était purifié par une décharge électrique dans la vapeur de potassium. Après

(1) Séance du 27 avril 1936.

(2) J. M. Bačkovsky et V. Dolejšek, *Nature*, 136, 1935, p. 643.

(3) V. Kunzl, J. B. Slavík, *Zs. f. techn. Phys.*, 9, 1935, p. 272.

(4) R. Seeliger, *Gasentladungen*, Leipzig, 1927, p. 237.

avoir trouvé les conditions nécessaires pour le fonctionnement correct du tube, nous avons pu constater, que le tube fonctionnait en qualité de source des rayons X, même sous une pression de néon de 1^{mm} de mercure.

La durée des poses atteignait 6 heures, la tension du tube 1400 volts et le courant 200 milliampères.

En nous servant de l'appareillage décrit, nous avons pu obtenir, pour le néon, le spectre K du premier et du second ordre. La valeur mesurée pour la longueur d'onde de la raie $K\alpha_{1,2}$, $\lambda = 14{,}61$ Å, est en bon accord avec la valeur calculée par interpolation d'après la loi de Moseley, en utilisant les mesures de M. Södermann [1] faites dans le spectre K des éléments voisins Na et F à l'état solide. On voit aussi, sur le cliché, les raies de l'aluminium des électrodes et celles de l'oxygène provenant du borate de lithium. Les raies du bore et du lithium [2] n'apparaissent pas, parce que l'angle du réseau ne convenait pas aux conditions de leur réflexion.

En obtenant ainsi les spectres du néon et de l'argon nous avons prouvé qu'avec la méthode décrite, il est possible d'obtenir les spectres d'émission des gaz dans le domaine des rayons X de grande longueur d'onde émis par une anticathode gazeuse. M. Kunzl étudie maintenant la série K du néon, en appliquant sa méthode de focalisation et en utilisant un cristal de mica.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la dépolymérisation de l'eau par capillarité et sur l'inversion du sucre.* Note de M. **Édouard Toporescu**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

On admet que l'eau liquide contient des molécules plus ou moins polymérisées [3], dont la proportion diminue à mesure que la température s'élève [4]. Ce phénomène donne une interprétation de l'absorption du spectre infrarouge par les différentes solutions salines et l'explication de l'inversion du sucre [5].

J'ai pensé pouvoir mettre en évidence cette polymérisation par des mesures électriques faites dans des espaces capillaires. En mesurant la différence de potentiel entre deux métaux en contact avec l'eau, on trouve

---

(1) *Zs. f. Phys.*, **52**, 1929, p. 795; *Phil. Mag.*, **10**, 1930, p. 600.

(2) J. M. Bačkovsky et V. Dolejšek, *Nature*, **136**, 1935, p. 836.

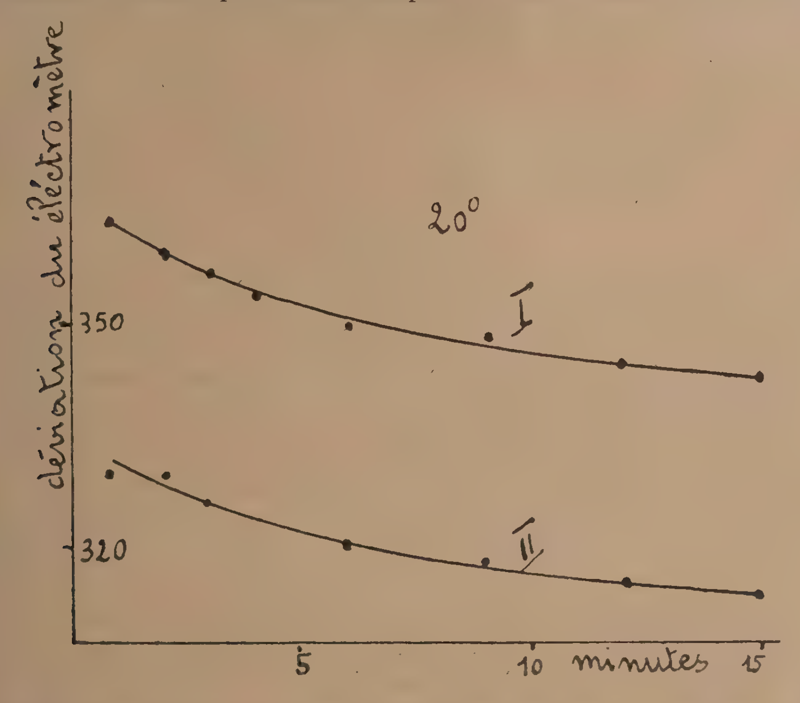
(3) P. Pascal, *Traité de Chimie générale*, **1**, p. 170.

(4) J. R. Rao, *Nature*, **132**, 1933, p. 480.

(5) E. Toporescu, *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 724.

des résultats discordants lorsque l'une des électrodes se trouve dans un capillaire. La différence quoique faible dépasse les erreurs expérimentales. Elle conduit à admettre que, dans les espaces capillaires, l'eau a une constitution spéciale.

Après de multiples expériences, je me suis arrêté au couple platine-nickel. Ces deux métaux ont l'avantage de ne pas être attaqués par l'eau et de donner en même temps une différence de potentiel assez grande. Les mesures ont été faites avec un électromètre Dolezalek de grande sensibilité. Le capillaire était formé par deux lames de verre faisant un angle aigu. L'électrode dans le capillaire était disposé de manière à se trouver à 2^{cm} au-



dessus du niveau du liquide dans le vase. Les résultats moyens sont représentés sur le diagramme ci-dessus.

La courbe I représente la différence de potentiel pour les deux métaux plongés dans l'eau et la courbe II pour le cas où l'électrode en nickel touche l'eau du capillaire.

En rapprochant ce résultat de mes expériences antérieures sur l'inversion du sucre montrant que le chlorure de sodium dépolymérise l'eau, j'ai

pensé que la présence d'un corps poreux, comme une membrane de dialyseur, pourrait agir sur l'inversion du sucre.

Dans un dialyseur, ayant un diamètre de 8^{cm},5, j'ai mis une solution de sucre à 10 pour 100, le vase extérieur contenant une solution de NaCl à 6 pour 100, de façon à maintenir des deux côtés le même niveau. Le tout a été plongé dans un thermostat réglé à une température comprise entre 34° et 37°. Dans le même thermostat était placé un flacon renfermant la même solution de sucre pour servir de témoin.

La membrane du dialyseur était constituée par du papier parchemin bouilli et lavé à l'eau distillée. Chaque expérience durait 24 heures. Le glucose a été dosé avant et après chaque expérience par la méthode de A. Bauduin et J. Lecoin (¹).

		Glucose pour 1000.
Avant l'expérience		0,32
Après l'expérience :	Témoin	0,65
»	Dialyseur	1,20
»	Vase extérieur	2,00

La conclusion de ces expériences est que l'inversion du sucre est augmentée par le phénomène de diffusion dans un corps poreux.

La dépolymérisation de l'eau par capillarité et en présence de chlorure de sodium semble devoir jouer un rôle important dans les phénomènes biologiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Comparaison des spectres d'absorption infrarouges et des spectres Raman de quelques amines primaires aliphatiques et aromatiques.* Note de Mme **Marie Freymann**, présentée par M. Georges Urbain.

Nous avons étudié le spectre d'absorption entre 0$^{\mu}$,8 et 1$^{\mu}$,2 environ de diverses amines primaires; des bandes d'absorption caractéristiques de la présence du groupement NH dans la molécule ont été examinées; leurs positions sont indiquées dans le Tableau suivant :

(¹) *J. Bull. Soc. Chim. Biol.*, 9, 1927, p. 280.

Méthylamine (sol. aq. N/2)	λ...	10420 (I)	–	10012 (? masquée par la		–	–
	ν...	9597	–	9988	bande de l'eau)	–	–
Propylamine	λ...	10455 (I)	–	10168 (f)	–	10064 (f)	–
	ν...	9564	–	9835	–	9939	–
Butylamine	λ...	10452 (I)	–	10168 (f)	–	10064 (f)	–
	ν...	9567	–	9835	–	9939	–
Butylamine (sol. aq. N)	λ...	10445 (I)	–	(bandes faibles masquées par la			–
	ν...	9574	–		bande de l'eau)		–
Isobutylamine	λ...	10446 (I)	–	10168 (f)	–	10064 (f)	–
	ν...	9573	–	9835	–	9939	–
Amylamine	λ...	10452 (I)	–	10168 (f)	–	10064 (f)	–
	ν...	9567	–	9835	–	9939	–
Isoamylamine	λ...	10452	–	10168 (f)	–	10064	–
	ν...	9567	–	9835	–	9939	–
Benzylamine	λ...	10465 (I)	–	10175 (f)	–	10076 (f)	–
	ν...	9554	–	9828	–	–	–
Benzylamine (sol. aq. N)	λ...	10452 (I)	–	(bandes faibles masquées par la			–
	ν...	9567	–		bande de l'eau)		–
Aniline	λ...	–	10289 (I)	–	10000 (f)	–	9622 (tf)
	ν...	–	9720	–	–	–	–
Monométhylaniline	λ...	–	10212 (I)	–	–	–	–
	ν...	–	9792	–	–	–	–

Nota. — λ en Å, ν en cm^{-1}; (I) = intense, (f) = faible, (tf) = très faible.

Les conclusions suivantes peuvent être déduites de ces données :

1° la bande appelée par abréviation bande (NH) présente en réalité *trois composantes* pour les amines primaires aliphatiques : la composante la plus intense est située vers les grandes longueurs d'onde; rappelons que le spectre Raman [1] et le premier harmonique infrarouge [2] des mêmes substances ne semblent présenter que deux composantes. On pourrait donc penser que l'une des composantes faibles que nous avons observées serait due à une bande (CH); mais il semble que cette hypothèse est peu vraisemblable étant donné que leur intensité reste constante quand on monte dans la série homologue; une étude de l'effet Raman utilisant un grand pouvoir de résolution serait donc intéressante.

2° A l'exception de la méthylamine (étudiée en solution aqueuse) la position et l'intensité des composantes de la bande (NH) restent *constantes quand on monte dans la série homologue* : aux erreurs d'expérience près il

---

[1] K. W. F. Kohlrausch, *Der Smekal Raman Effekt*, p. 189.

[2] O. R. Wulf et U. Liddel, *J. Am. Chem. Soc.*, 58, 1935, p. 1464; 55, 1933, p. 3574.

semble en être de même dans l'effet Raman; ce fait est analogue à celui déjà observé pour la bande (OH) des alcools à l'état liquide ([1]).

3° Comme le montre la comparaison de la butylamine et de la benzylamine, pures ou en solution aqueuse, la bande (NH) se déplace légèrement *vers les fréquences élevées quand on dilue* l'amine; ce fait a déjà été signalé tant dans l'effet Raman que dans l'infrarouge pour l'ammoniaque et l'hydrazine ([2]).

4° En comparant les spectres d'absorption des amines *aliphatiques* à ceux des amines *aromatiques* (aniline et dérivés) on note *un déplacement des composantes de la bande* (NH) *vers les fréquences élevées;* la même observation est valable pour les spectres Raman et le premier harmonique infrarouge. On peut donc distinguer les bandes (NH) des composés aliphatiques et les bandes (NH) des composés aromatiques, comme on distingue les bandes (CH saturé) et (CH aromatique) (bandes infrarouges vers 0,90 et 0,87 μ environ respectivement). Nous tenons à souligner l'intérêt analytique de cette remarque.

En étudiant la benzylamine $C^6H^5CH^2NH^2$, nous avons obtenu un spectre presque identique à celui des amines aliphatiques; il est intéressant de rappeler que cette similitude se retrouve dans les propriétés chimiques.

5° Le tableau et des résultats publiés antérieurement montrent que la *distance moyenne des deux composantes* de la bande (NH) est *sensiblement constante* pour les diverses amines grasses ou aromatiques.

PHYSICOCHIMIE. — *Étude par l'effet Raman de deux complexes borotartriques en solution.* Note ([3]) de Mlle **Marie Théodoresco**, présentée par M. Charles Fabry.

Lowry a proposé pour le complexe BT^2K déjà signalé par M. E. Darmois ([4]) la formule suivante :

```
                      CH(OH).CO²H
                      |
 ⎡ CO.O       O.CH ⎤
 ⎢ |    >B<    |   ⎥ K
 ⎣ CH.O       O.CO ⎦
 |
 CH(OH).CO²H
```

([1]) R. Freymann, *Ann. de Phys.*, **20**, 1933, p. 243.

([2]) Mme M. Freymann, R. Freymann, P. Rumpf, *Journ. Phys.*, **7**, 1936, p. 30.

([3]) Séance du 4 mai 1936.

([4]) *Journ. Chim. Physique*, **23**, 1926, p. 131 et 650; **27**, 1930, p. 180.

M. Yeu Ki Heng (¹) et Mlle Uri (²) ont démontré, l'un par des études de polarisation rotatoire, l'autre par des études cryoscopiques que le complexe BT^2K qui cristallise très bien se décompose en solution en une molécule de BTK et une autre d'acide tartrique (TH^2).

J'ai fait une étude comparative entre les raies Raman de solutions de complexes borotartriques : BT^2K et BTK, de solutions d'acide tartrique, d'acide borique, de borate et de borax. J'ai également examiné des spectres de l'eau utilisée comme solvant.

Le complexe BT^2K a été préparé par la méthode indiquée par M. E. Darmois : deux molécules d'acide tartrique pour une molécule d'acide borique dans 200^{cm^3} d'une solution de KOH à la concentration de 5 molécules-grammes au litre. J'ai pris les précautions nécessaires pour qu'il ne se forme pas de bitartrate. Le complexe a été purifié par des cristallisations fractionnées et les solutions ont été ultrafiltrées.

Le complexe BTK a été préparé molécule à molécule et avec les mêmes précautions. Ce complexe ne cristallise pas. Il est instable en solution et précipite en quelques jours. La solution du complexe de Lowry est bien plus stable bien que généralement un précipité apparaisse à la longue.

Au cours de mes expériences j'ai fait varier la concentration des solutions. La figure 1 donne en fréquences Raman les spectres de TH^2, BT^2K, BTK.

On retrouve dans les solutions du complexe de Lowry les raies de TH^2 avec un léger déplacement pour la plupart. Une seule raie nouvelle semble apparaître dans les solutions du complexe : la raie $\Delta\nu = 934$ u. R. environ.

III. Cette même raie paraît sans déplacement dans les solutions de BTK où nous retrouvons quelques autres raies de TH^2. Ces dernières raies semblent un peu plus déplacées que celles des solutions du complexe de Lowry.

La raie du groupement carboxyle, qui vibre aux environs de 1730 dans l'acide tartrique, subit une augmentation de fréquence dans les deux complexes. Cette augmentation est plus grande dans le cas de BTK que dans le cas de BT^2K et la raie a pour valeur 1741 u. R. environ dans BT^2K et 1751 u. R. environ dans BTK.

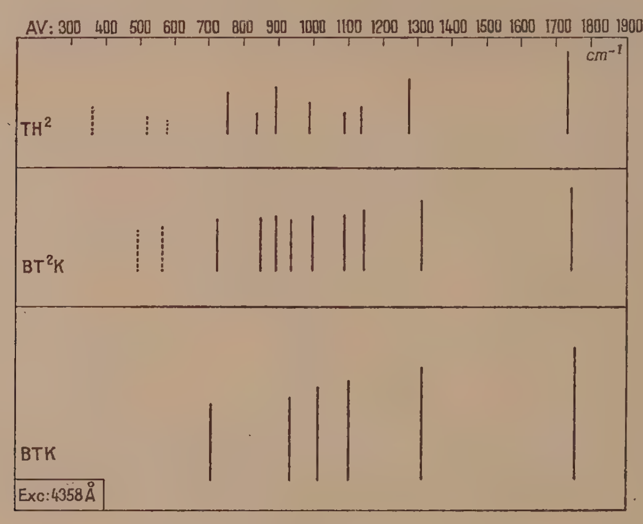
1° La raie 1273 u. R. environ de TH^2 vibre aux environs de 1310 u. R. environ dans les deux complexes.

(¹) *Thèse*, 1936.

(²) *Diplôme d'Études supérieures*, 1934.

2° La raie 1136 u. R. environ de TH^2 prend la valeur 1145 u. R. environ dans le cas de BT^2K.

3° La raie 1088 u. R. environ de TH^2 semble vibrer avec la même fréquence dans BT^2K; elle prend la valeur 1102 u. R. environ dans BTK.



Raies de l'effet Raman construites en fréquence.

4° La raie 987 u. R. environ de TH^2 vibre aux environs de 997 u. R. dans BT^2K et aux environs de 1011 u. R. dans BTK.

5° La raie qui vibre aux environ de 753 u. R. dans TH^2 subit une diminution de fréquence dans les deux complexes. Cette diminution est plus forte dans le cas de BTK que dans celui de BT^2K; la raie a pour valeur : 723 u. R. environ dans le cas de BT^2K et 740 u. R. environ dans celui de BTK.

On remarque que le déplacement d'une raie en passant de TH^2 aux complexes s'effectue dans le même sens pour les deux complexes. De plus une raie de BT^2K occupe une position intermédiaire entre la raie correspondante de TH^2 et celle de BTK.

Ces résultats favoriseraient la théorie proposée par M. Yeu Ki Heng et par Mlle Uri : le complexe de Lowry n'existerait pas en solution, mais se décomposerait en une molécule de BTK et une autre de TH^2.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sulfonation de la β-éthylnaphtaline. Synthèse du 2-éthylnaphtol*-6. Note de M. **Georges Lévy**, présentée par M. Marcel Delépine.

Continuant mes recherches sur la synthèse des éthylnaphtols [1], j'ai repris la sulfonation de la β-éthylnaphtaline qui avait déjà été tentée par Marchetti [2] sans que cet auteur ait réussi à déterminer la constitution du dérivé monosulfoné obtenu.

J'ai exécuté cette sulfonation de la manière suivante :

Une molécule (156^g) de β-éthylnaphtaline est agitée pendant 5 heures à la température de 95° avec 200^g d'acide sulfurique à 66°B. La dissolution est totale. En versant le produit dans une solution saturée de ClNa, le sulfonate de sodium précipite avec un rendement de 86 pour 100. Pour en établir la constitution, je l'ai transformé en naphtol.

Ce sel essoré, puis séché, est traité par fusion alcaline à 280°-300°. Le naphtol obtenu, après cristallisation dans la ligroïne, fond à 97°-98°, son picrate fond à 106°-107°. Le rendement très élevé démontre que le sulfonate est presque exclusivement formé d'un seul isomère.

De nombreux exemples font supposer que le groupe SO^3H s'est fixé sur le noyau non éthylé et en position β, donc en 6 ou en 7.

Pour lever cette indétermination, j'ai préparé le 2-éthyl-naphtol-6 par la méthode suivante qui ne laisse aucun doute sur sa constitution.

J'ai condensé le chlorure d'anisyle sur l'éther éthylmalonique sodé. L'éther anisyl-éthylmalonique (I) obtenu bout à 161° sous 2^{mm}. L'acide malonique (II) correspondant fond à 131°,5-132°,5 (après cristallisation dans l'acide acétique). Par décarboxylation, on obtient l'acide α-anisylbutyrique (III) (PE_{13} = 195°) dont l'ester amylique (PE_{13} = 188°) est réduit par la méthode de Bouveault et Blanc en alcool (IV) (PE_{13} = 165°). L'alcool est transformé en son chlorure par le chlorure de thionyle en présence de diméthylaniline par la méthode de M. Darzens [3], avec le rendement théorique; il bout à 160° sous 13^{mm}. Sa transformation directe en nitrile n'a pas été possible, j'ai dû passer par l'intermédiaire de l'iodure préparé par ébullition prolongée du chlorure avec une solution alcoolique de INa (PE_{13} = 165°). L'iodure est alors transformé en nitrile (V) (PE_{13} = 172-175°) et ce dernier saponifié par une solution méthylalcoolique

---

(1) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1749; **194**, 1932, p. 1952; **197**, 1933, p. 772.

(2) *Gazetta chimica italiana*, **11**, 1881, p. 442.

(3) *Comptes rendus*, **152**, 1911, p. 1314.

de potasse en acide β-anisyl valérianique (VI) ($PE_{13} = 205°$). Le chlorure de cet acide ($PE_{13} = 175°$) est cyclisé avec 90 pour 100 de rendement par le chlorure d'aluminium en présence d'hexane en cétone (VII) ($PE_{13} = 180°$) dont la semi-carbazone fond à 171-172° (corrigé). Cette cétone est réduite par la méthode de Clemmensen en 2-éthyl, 6-méthoxytétrahydronaphtaline (1.2.3.4) ($PE_{13} = 148$-$153°$) avec un rendement de 50 pour 100.

Ce produit (VIII) a une odeur poivrée agréable. On le déshydrogène en naphtolate de méthyle (IX) par le soufre. La réaction est achevée en 10 minutes, le corps obtenu bout à 160° sous 13^{mm} et fond à 57°-59°, il possède une odeur anisée.

Enfin, par déméthylation par l'acide iodhydrique concentré à l'ébullition, j'ai obtenu le naphtol (X) (PF = 97°-98°, PF du picrate 107°) que j'ai identifié par la méthode des mélanges appliquée à lui-même et à son picrate avec le naphtol préparé par fusion alcaline du dérivé sulfoné.

Ces réactions successives sont figurées dans le schéma suivant :

$CH^3O-C^6H^4-CH^2-C(CO^2C^2H^5)^2(C^2H^5)$ (I). → $CH^3O-C^6H^4-CH^2-C(C^2H^5)=(CO^2H)^2$ (II).

→ anisyl—CH(C^2H^5)—CO^2H (III). → anisyl—CH(C^2H^5)—CH^2OH(Cl, I) (IV). → anisyl—CH(C^2H^5)—CH^2CN (V).

→ CH^3O—C^6H^3—CH^2—CH(C^2H^5)—CH^2—CO—OH(Cl) (VI). → CH^3O—[cycle]—CH^2, CH—C^2H^5, CH^2, CO (VII).

→ CH^3O—[cycle]—CH^2, CH—C^2H^5, CH^2, CH^2 (VIII). → CH^3O—[naphtalène]—C^2H^5 (IX).

→ HO—[naphtalène]—C^2H^5 (X).

J'ai donc démontré que la sulfonation de la 2-éthyl-naphtaline a lieu principalement en position 6.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Obtention des dérivés de substitution monoalcoylés et monoarylés de la β-campholide et des acides δ-alcools correspondants.* Note de M. **Jean Vène**, présentée par Marcel Delépine.

Les dérivés monosubstitués de la β-campholide, issue du camphre droit, de formule générale

$$\begin{array}{l} CH^2 —— CH —— CO \\ \quad\quad | \quad\quad\quad\quad \diagdown \\ | \quad H^2C—C—CH^3 \quad\quad O \\ \quad\quad | \quad\quad\quad\quad \diagup \\ CH^2 —— C —— CH \\ \quad\quad | \quad\quad\quad | \\ \quad\quad CH^3 \quad\quad R \end{array}$$ (R = radical alcoyle ou aryle),

n'avaient pas encore été préparés. Nous sommes parvenu à obtenir quelques termes de cette série, à l'état cristallisé, en faisant agir les dérivés organomagnésiens mixtes sur l'éther méthylique de l'acide β-aldéhyde camphorique, obtenu lui-même aisément à partir de la camphoquinone [1]. La réaction qui leur donne naissance peut être formulée de la façon suivante :

(I) $$C^8H^{14}\begin{cases} CO^2CH^3 \ (\alpha) \\ C\begin{matrix}{/\!/}O \\ \diagdown H\end{matrix} \ (\beta) \end{cases} + RMgX \rightarrow C^8H^{14}\begin{cases} CO \\ CH \\ \ | \\ \ R \end{cases}\!\!>O + CH^3O.MgX.$$

Elle est analogue à celle qui permet la préparation des phtalides monosubstituées [2]. Les composés suivants ont été ainsi préparés :

Magnésien de départ.	Composé obtenu.	Point de fusion.	Pouvoir rotatoire $[\alpha]_{D-C^2H^5OH}^{15°}$
CH^3MgI.........	β-méthyl-β-campholide : $C^8H^{14}\begin{cases}CO \\ CH—CH^3\end{cases}\!>O$	178°	— 47°,7
C^2H^5MgBr......	β-éthyl-β-campholide : $C^8H^{14}\begin{cases}CO \\ CH—C^2H^5\end{cases}\!>O$	78	— 81,8
C^6H^5MgBr......	β-phényl-β-campholide : $C^8H^{14}\begin{cases}CO \\ CH—C^6H^5\end{cases}\!>O$	212	— 31,7 (dans $CHCl^3$)
$C^6H^5.CH^2MgCl$..	β-benzyl-β-campholide : $C^8H^{14}\begin{cases}CO \\ CH—CH^2.C^6H^5\end{cases}\!>O$	102	— 146

---

(1) Bredt, *Journal prakt. Chemie*, 95, 1917, p. 63; Salmon-Legagneur, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 51, 1932, p. 814.

(2) Mermod et Simonis, *Ber. d. chem. Ges.*, 38, 1905, p. 3981; 41, 1908, p. 982.

Les rendements en produit cristallisé varient de 30 à 45 pour 100.

La réaction principale (I) peut d'ailleurs s'accompagner d'une réaction sedondaire dans laquelle la fonction aldéhyde est réduite et qui conduit à la β-campholide. Cette dernière se produit en faible proportion quand $R = C^2H^5$, mais peut être isolée en quantité assez importante quand $R = C^3H^7$ ou $R = C^4H^9$. Avec $R = C^3H^7$ par exemple, on a

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO^2.CH^3\\ C\begin{matrix}/\!\!/O\\ \diagdown H\end{matrix}\end{matrix}\right. + CH^3.CH^2.CH^2MgBr \rightarrow C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO^2.CH^3\\ CH^2OMgBr\end{matrix}\right. + CH^3.CH = CH^2$$

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO^2.CH^3\\ CH^2OMgBr\end{matrix}\right. \rightarrow C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO\\ CH^2\end{matrix}\right\rangle O + CH^3OMgBr$$

et nous n'avons pu isoler de β-propyl-β-campholide à l'état pur. Avec $R = C^4H^9$, nous avons pu obtenir en outre la β-butyl-β-campholide, sous forme d'une huile : $Éb_{16^{mm}} = 179° - 181°$; $[\alpha]_D^{15°} = -52°$ (alcool éthylique).

Par chauffage au bain-marie avec la soude alcoolique, l'anneau lactonique des β-campholides substituées s'ouvre aisément pour donner des sels d'acides-alcools secondaires suivant la réaction

$$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO\\ CH-R\end{matrix}\right\rangle O + NaOH \rightarrow C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO.ONa\\ CH(OH)-R\end{matrix}\right.$$

la vitesse seule de cette réaction semblant être influencée par la nature du radical R. Les acides-δ-alcools correspondants sont stables et peuvent être isolés ensuite par simple acidification par l'acide chlorhydrique.

Nous avons ainsi obtenu, à l'état cristallisé, les composés suivants :

	Point de fusion.	Pouvoir rotatoire $[\alpha]_{D-C^2H^5OH}^{15°}$
$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO.OH\\ CH(OH)-CH^3\end{matrix}\right.$	135°	+61°,2
$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO.OH\\ CH(OH)-C^2H^5\end{matrix}\right.$	73	+33,3
$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO.OH\\ CH(OH)-C^6H^5\end{matrix}\right.$	166	+32,9
$C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO.OH\\ CH(OH)-CH^2-C^6H^5\end{matrix}\right.$	154	très faible

Certains de ces acides-alcools sont susceptibles de cristalliser, soit anhydres (dans un mélange éther-ligroïne), soit hydratés (dans l'eau chaude). C'est ainsi que le composé $C^8H^{14}\left\langle\begin{matrix}CO.OH\\ CH(OH)-C^2H^5\end{matrix}\right.$, dissous dans

l'eau chaude, cristallise par refroidissement en aiguilles fondant à 86° $[\alpha]_D^{15°} = +37°,6$. La forme anhydre (F. 73°) pulvérisée et laissée à l'air se transforme d'ailleurs complètement au bout de quelques jours en la forme hydratée (F. 86°). Les conditions de transformation mutuelles des formes anhydres et hydratées ainsi que l'état exact d'hydratation font l'objet de recherches en cours.

Le passage inverse des acides-alcools aux campholides substituées se fait aisément par action d'un déshydratant tel que l'anhydride acétique ou par simple chauffage, au-dessus du point de fusion, pendant un temps suffisant.

En résumé, les β-campholides β-substituées s'obtiennent aisément à partir d'un éther β-aldéhyde camphorique et peuvent être transformées par hydrolyse alcaline en acide-δ-alcools stables du type $C^8H^{14}\begin{smallmatrix}\diagup CO.OH \\ \diagdown CH(OH)-R\end{smallmatrix}$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques éthers boriques de glycérines tétrasubstituées*. Note de M. **Pierre Pastureau** et de M[lle] **Marguerite Veiler**, présentée par Marcel Delépine.

L'un de nous a signalé [1] que l'action de l'acide hypochloreux (chlorure de chaux + acide borique) sur le diméthylpenténol donnait une chlorhydrine anormale fondant à 132°. Ce corps assez volatil, brûlant avec une flamme verte attribuée au chlore, sans laisser de résidu appréciable, est en réalité un éther borique de la chlorydrine de la tétraméthylglycérine. C'est en étudiant les réactions de ce corps que nous avons remarqué un résidu minéral inexplicable chez un corps organique.

Ce résidu minéral n'avait pas été remarqué lors de l'analyse de la substance dont la combustion avait été faite en présence de chromate de plomb, et la différence entre le poids de la substance et la somme des poids du carbone, de l'hydrogène et du chlore avait été attribuée à de l'oxygène.

La recherche directe du bore sur le composé chimiquement pur, après destruction de la molécule par l'acide nitrique, est tout à fait positive.

Les chiffres trouvés à l'analyse et la détermination du poids moléculaire permettent d'attribuer à ce corps la formule (I).

---

(1) M. Veiler, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 1704.

On obtient d'ailleurs le même composé fondant aussi à 132° en mélangeant une solution aqueuse de chlorhydrine de la tétraméthylglycérine avec une solution aqueuse d'acide borique. L'éther borique, peu soluble dans l'eau se précipite au bout de peu de temps. On le purifie par cristallisation dans le benzène.

Analyse :

Trouvé pour 100...........	C = 43,99	H = 7,37	B = 5,06	Cl = 18,45
Calculé pour 100...........	C = 43,6	H = 7,2	B = 5,71	Cl = 18,4

Cryoscopie acétique : P. M. pour $C^7H^{14}O^3BCl$; trouvé, 196; calculé, 192,5.

Nous avons pu préparer d'autres éthers boriques :

éther borique de la tétraméthylglycérine formule [(II)] qui s'obtient en mélangeant les solutions aqueuses d'acide borique et de tétraméthylglycérine et en extrayant le produit par l'éther (F. 118°);

éther borique de la chlorhydrine de l'éthyltriméthylglycérine : F. 58° [formule (III)];

éther borique de la chlorhydrine de la diéthyldiméthylglycérine : F. 55° [formule (IV)];

éther borique du triméthylpentanediol : F. 72° [formule (V)].

(Le glycol a été préparé par M. Joyeux.)

$(CH^3)^2C-CHCl-C(CH^3)^2$, les deux C terminaux liés par $O-B(OH)-O$ — (I).

$(CH^3)^2C-CH(OH)-C(CH^3)^2$, les deux C terminaux liés par $O-B(OH)-O$ — (II).

$(CH^3)^2C-CHCl-C(CH^3)(C^2H^5)$, les deux C terminaux liés par $O-B(OH)-O$ — (III).

$(CH^3)^2C-CHCl-C(C^2H^5)^2$, les deux C terminaux liés par $O-B(OH)-O$ — (IV).

$(CH^3)^2C-CH(CH^3)-C(CH^3)^2$, les deux C terminaux liés par $O-B(OH)-O$ — (V).

Les glycérines ou glycols substitués par un ou plusieurs groupes phényle ne donnent point d'éthers boriques dans les mêmes conditions.

Les éthers boriques de la glycérine ordinaire et des polyalcools en général, dont l'existence est démontrée par voie physico-chimique (Bœseken), sont difficiles à isoler. On connaît toutefois un certain nombre d'éthers boriques des glycols substitués préparés ou signalés par

P. H. Hermans (¹) : éthers boriques du diméthylpentanediol, du diméthylhexanediol, du pentane-2.4-diol, de la pinacone, etc.

Ce travail montre combien l'obtention de certains éthers boriques est aisée, puisque l'éthérification a lieu même en présence d'eau.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation des cétones β-chloréthylées et des cétones β-vinylées.* Note de M. **Jean Décombe**, présentée par M. Marcel Delépine.

La préparation des cétones β-chloréthylées a été réalisée par MM. Blaise et Maire en faisant réagir les composés organozinciques mixtes sur le chlorure de l'acide β-chloropropionique [2]. Les cétones β-vinylées s'en déduisent par élimination d'une molécule d'hydracide sous l'action de la diéthylaniline. Ces travaux ont établi, en outre, que de tels composés étaient de précieux auxiliaires de synthèses.

La méthode que nous proposons aujourd'hui permet de préparer des cétones qui, à l'exception du premier terme, diffèrent des précédentes par la présence d'un substituant dans la position α sur le groupement chloréthylé ou vinylé. Elle utilise comme point de départ les β-cétols à fonction alcoolique primaire qui résultent de l'action du formol sur les cétones

$$R-CH^2-CO-CH^2-R'+CH^2O = R=CH^2-CO-CH(R')-CH^2OH.$$

Ces composés, sous l'action de l'acide chlorhydrique, donnent aisément les cétones β-chloréthylées

$$R-CH^2-CO-CH(R')-CH^2OH+ClH = R-CH^2-CO-CH(R')-CH^2Cl+H^2O$$

et, par déshydratation, ils se transforment en cétone vinylée

$$R-CH^2-CO-CH(R')-CH^2OH = R-CH^2-CO-C(R')=CH^2+H^2O.$$

Alors que les condensations des cétones sur elles-mêmes ou avec les aldéhydes supérieures ont donné lieu à un nombre considérable de travaux, l'action du formol sur les cétones n'est représentée dans la littérature que

---

(¹) *Zeitschr. f. anorg. u. allg. Chem.*, **142**, 1925, p. 83.

(²) *Comptes rendus*, **144**, 1907, p. 93 et 572; *Bull. Soc. Chim.*, 3, 1908, p. 413 et 543.

par un brevet de Bayer [1] et une communication de MM. Gault et Germann [2]. Nous avons condensé, suivant la technique de Bayer, le formol avec l'acétone, la méthyléthylcétone et la diéthylcétone en présence de carbonate de potassium comme agent catalyseur. Les vitesses de réaction sont très différentes suivant les cétones utilisées. Avec l'acétone ordinaire, le formol a disparu au bout de vingt-quatre heures; ce temps est de quinze jours avec la méthyl-éthylcétone et de trente jours avec la diéthylcétone.

Bien que les rendements de la réaction ne soient pas très élevés, celle-ci paraît avantageuse, étant données la nature des matières premières et la simplicité de la manipulation qui peut porter sur plusieurs centaines de grammes de formol à la fois.

Nous avons préparé de la sorte la *butanol-1-one-3* : $CH^3-COCH-CH^2OH$ avec un rendement de 26 pour 100 par rapport au formol mis en œuvre, la *méthyl-2-butanol-1-one-3* : $CH^3-CO-CH(CH^3)-CH^2OH$ avec un rendement de 45 pour 100 (la constitution de ce cétol résulte des travaux de MM. Gault et Germann) et la *méthyl-2-pentanol-1-one-3* $CH^3-CH^2-CO-CH(CH^3)-CH^2OH$ avec un rendement de 25 pour 100. Ce dernier cétol qui n'est pas décrit dans la littérature bout à 97-98° sous 20^{mm}; il donne une phénylhydrazone fondant à 103°. Les deux derniers composés peuvent être conservés pendant quelque temps sans altération sensible, le premier se transforme progressivement en une masse vitreuse.

Préparation des cétones β-chloréthylées. — Ces cétones se préparent en versant le cétol correspondant dans un excès (3 fois la quantité théorique) d'acide chlorhydrique aqueux saturé à 0°. L'opération s'effectue en refroidissant énergiquement. On laisse ensuite revenir lentement à la température ambiante. La solution d'abord homogène se trouble progressivement (dans le cas de la butanol-1-one-3, il se fait une séparation très nette en deux couches). Au bout de 1 heure environ, on verse le mélange sur de la glace et l'on extrait à l'éther. Il convient de ne pas opérer sur plus de 25 ou 30^g de cétol à la fois pour ne pas trop augmenter la quantité de résine formée. L'expérience montre qu'il se fait, en outre, une certaine quantité de cétone vinylée; celle-ci peut être diminuée en ajoutant préalablement dans le cétol 5 à 10 pour 100 de chlorure d'aluminium finement pulvérisé. Ce fait conduit à penser que la réaction n'est pas une simple éthérification,

(1) D. R. P. 223.207, Frdl, 10, 1007.
(2) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 620.

mais que l'acide chlorhydrique agit d'abord comme agent de déshydratation, puisqu'il se fixe ensuite sur la cétone éthylénique formée. Nous avons en effet vérifié, d'une part que l'acide chlorhydrique était susceptible de se fixer sur les cétones vinylées, dans les conditions de l'expérience, avec des rendements de 50 pour 100 environ, d'autre part, qu'un cétol du type $-CO-C(R, R')-CH^2OH$ dont le groupement alcoolique est fixé sur un carbone entièrement substitué ne s'éthérifiait pas dans ces conditions.

La chloro-1-butanone 3 : $CH^3-CO-CH^2-CH^2Cl$ (déjà décrite par MM. Blaise et Maire) s'obtient à partir de la butanol-1-one 3 avec un rendement de 63 pour 100. Elle bout à 53-55° sous 15^{mm}.

La chloro-1-méthyl-2-butanone-3 : $CH^3-CO-CH(CH^3)-CH^2Cl$ s'obtient à partir de la méthyl-2-butanol-1-one-3 avec un rendement de 50 pour 100. Elle bout à 60-62° sous 16^{mm}.

La chloro-1-méthyl-2-pentanone-3 : $CH^3-CH^2-CO-CH(CH^3)-CH^2Cl$ s'obtient à partir de la méthyl-2-pentanol-1-one-3 avec un rendement de 50 pour 100. Elle bout à 65-66° sous 14^{mm}.

Ces composés ne se conservent pas; au bout de quelques jours ils se colorent en brun et fument à l'air.

Préparation des cétones vinylées. — Les cétones vinylées se préparent directement avec d'excellents rendements (75 pour 100 et plus) en déshydratant les cétols correspondants par distillation en présence de traces d'iode. Ce sont des liquides incolores, à odeur piquante, lacrymogènes. Le premier terme ne se conserve pas, mais les deux autres peuvent être gardés pendant quelque temps sans altération.

La butène-1-one-3 : $CH^3-CO-CH=CH^2$ (déjà décrite par MM. Blaise et Maire) bout à 34° sous 120^{mm}.

La méthyl-2-butène-1-one-3 : $CH^3CO-C(CH^3)=CH^2$ bout à 29-31° sous 60^{mm} et à 96-99° à la pression atmosphérique. Elle donne une oxime fondant à 43°.

La méthyl-2-pentène-1-one-3 : $CH^3CH^2-CO-C(CH^3)=CH^2$ bout à 119-120° à la pression atmosphérique. Elle donne une semi-carbazone fondant à 158°.

CRISTALLOGRAPHIE. — *De l'orientation des cristaux de fluoborate de potassium par le mica et la barytine et des cristaux de sulfite de sodium par le mica.* Note de M. **Louis Royer**.

1. H. Seifert [1] rapporte que l'on peut préparer une série de cristaux mixtes dans les systèmes $BaSO^4-KBF^4$ et KBF^4-KMnO^4. Pour que

(1) *Fortschritte der Min., Kristallogr. u. Petrogr.*, **19**, 1935, p. 172.

cela soit possible, il faut que le fluoborate de potassium possède une structure du même type que celle de la barytine avec des paramètres voisins. Barker [1] a signalé l'orientation des cristaux de permanganate de potassium se déposant au contact d'un cristal de barytine; de mon côté, j'ai indiqué [2] qu'un clivage frais de mica oriente les cristaux de $KMnO^4$ qui prennent naissance à son contact.

De l'ensemble de ces faits, on peut prévoir que le fluoborate de potassium doit donner un dépôt orienté sur le mica et sur la barytine. C'est ce que je me suis proposé de vérifier dans les expériences décrites ci-dessous.

2. Le fluoborate de potassium est peu soluble dans l'eau chaude et les cristaux obtenus à partir d'une solution aqueuse sont très petits. Mais, sachant qu'ils sont de symétrie orthorhombique, leurs formes sont aisément déterminables; j'y ai reconnu la combinaison des formes simples suivantes : $p(001)$, $m(110)$ et $a^2(102)$. En faisant cristalliser sur un clivage frais de mica une solution concentrée de fluoborate de potassium, on constate que la plupart des cristaux sont orientés par le mica.

Les plans $p(001)$ de KBF^4 coïncident avec les plans $p(001)$ du mica; en plus la rangée (010) de KBF^4 est parallèle à l'une des branches de la figure de choc du mica.

Il en résulte pour le fluoborate de potassium orthorhombique trois orientations différentes tournées l'une par rapport à l'autre de 60° autour de la normale au plan $p(001)$ du mica. La rangée $[010]$ de KBF^4 coïncide soit avec la rangée $[100]$, soit avec la rangée $[130]$, soit avec la rangée $[1\bar{3}0]$ du mica.

3. Sur la barytine, le fluoborate de potassium donne une orientation de telle manière que les faces de même notation et dans ces faces les rangées de mêmes indices coïncident dans les deux espèces. Ces orientations s'observent d'une manière particulièrement nette sur les faces de clivage de la barytine, donc sur les faces $p(001)$ et $m(110)$; mais elles doivent se faire sur n'importe quelle face de barytine.

KBF^4 donne donc sur le mica et sur la barytine les mêmes accolements réguliers que $KMnO^4$, $KClO^4$ et $AmClO^4$.

Il est fort probable que les cristaux du chromate de baryum $BaCrO^4$ donnent également la même orientation sur le mica et la barytine. Mais les essais d'épitaxie avec le chromate de baryum sont rendus quasi-impossibles par suite de la très faible solubilité de ce sel.

---

(1) *Zeitschrift f. Kristallographie*, 45, 1908, p. 1.

(2) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 620.

4. Une solution concentrée à chaud de sulfite de sodium Na^2SO^3 dans l'eau abandonne au refroidissement d'abord des cristaux hexagonaux de sulfite anhydre et en dessous de 35° environ des cristaux monocliniques de sulfite à sept molécules d'eau. La structure du sulfite anhydre a été établie par Zachariasen et Buckley [1]; dans le plan *p* (0001) sa maille élémentaire peut être définie par un losange ayant un côté de 5,44 Å. Le mica pseudo-sénaire possède dans son plan *p* (001) une maille losangique de côté 5,12 Å.

Sulfite de sodium anhydre et mica présentent donc tous deux dans leur plan *p* des mailles quasi-identiques en forme et en dimensions. De ce fait une orientation des cristaux de sulfite de sodium anhydre se déposant au contact du mica devient probable. L'expérience montre que c'est bien ce qui a lieu.

On prépare une solution concentrée à chaud de Na^2SO^3 dans l'eau; on étale une mince couche de ce liquide sur un clivage frais de mica et l'on observe au microscope. On voit alors apparaître des cristaux tabulaires à contours hexagonaux qui sont orientés par le mica de telle manière que leurs plans *p* (0001) coïncident avec le plan *p* (001) du mica et qu'en plus un côté de l'hexagone a même direction que la rangée [100] du mica. Ce sont les cristaux de sulfite de sodium anhydre qui s'accolent dans la position ainsi définie au mica. Quand la solution étalée à la surface du mica s'est refroidie en dessous d'environ 35°, on voit alors se former les cristaux monocliniques de l'hydrate $Na^2SO^3.7H^2O$ qui eux ne sont pas orientés par le mica.

On observe cette orientation des cristaux de Na^2SO^3 anhydre d'une manière particulièrement nette quand on ajoute à la solution de Na^2SO^3 du bisulfite de sodium du commerce. Dans ces conditions, j'ai constaté sur plusieurs échantillons de mica que la totalité des cristaux de Na^2SO^3 déposés était orientée.

Ces essais portent à 29 le nombre de sels différents qui donnent au laboratoire un accolement régulier sur le mica.

MINÉRALOGIE. — *Sur la composition chimique des titanomagnétites.* Note de M. **Georges Jouravsky.**

Dans les roches éruptives de profondeur, la magnétite forme généralement des groupements microperthitiques avec l'ilménite. Dans les

---

(1) *Physical Review*, **37**, 1931, p. 1295.

roches basiques d'épanchement, la magnétite possède fréquemment des propriétés optiques et magnétiques particulières. En l'absence d'analyse chimique, on a été conduit à envisager certaines hypothèses sur la composition de cette magnétite. On a admis l'existence de plusieurs séries de solutions solides, notamment $Fe^3O^4 — FeO$, $Fe^3O^4 — Fe^2O^3$, $Fe^3O^4 — FeTiO^3$, etc.

Actuellement la plupart des auteurs ne prennent en considération que la série $Fe^3O^4 — FeTiO^3$ et donnent aux composés de cette série le nom de titanomagnétite. D'après les travaux de Paul Ramdohr (1), la séparation de l'ilménite de la magnétite nécessite un refroidissement lent; dans les roches d'épanchement refroidies brusquement la solution solide d'ilménite dans la magnétite, formée à haute température, persiste à l'état de faux équilibre. Il semble que cette théorie ne suffit pas pour expliquer l'ensemble des faits.

En effet, dans certaines roches d'épanchement, les pouvoirs réflecteurs des titanomagnétites, mesurés ou simplement observés qualitativement, sont notablement plus bas que ceux de l'ilménite et de la magnétite. Il est difficile d'expliquer ce fait par l'existence d'une solution solide de ces minéraux.

D'autre part, on trouve dans les sables basaltiques de Madagascar des grains de titanomagnétite dont le noyau est parfaitement homogène, tandis que les bords présentent une structure microperthitique bien développée.

Dans l'impossibilité d'attribuer ce changement de structure aux conditions de refroidissement, on doit recourir à l'idée de variation de composition chimique.

Il semble que l'explication des faits observés peut être cherchée dans l'étude des sables basaltiques. Certains d'entre eux, notamment ceux de l'Ankaratra (Madagascar) renferment des grains de titanomagnétite homogène, dont l'étude permet d'établir un lien entre leurs propriétés physiques et leur composition chimique. Les résultats obtenus jusqu'à présent ont montré que les titanomagnétites de Madagascar et celles de l'Ardèche possèdent un pouvoir réflecteur notablement plus bas que celui de la magnétite et de l'ilménite. D'autre part, la dispersion des pouvoirs réflecteurs est normale pour ces deux minéraux; elle est anormale pour les titanomagnétites étudiées.

---

(1) *Sonderdruck aus des Festschrift zur* 150 *Jahr-freier der Bergakademie Clausthal*, 1925, p. 307.

Enfin, ces dernières possèdent une susceptibilité magnétique plus faible que celle de la magnétite et un point de Curie plus bas. Leur composition chimique est représentée par les analyses suivantes :

	Ankaratra 1.	Ankaratra 2.	Ampohimanga.	Ardèche.
Fe^2O^3	35,61	34,99	44,80	47,00
FeO	29,33	35,10	28,75	34,94
Al^2O^3	13,21	8,95	6,08	3,75
TiO^2	13,88	15,52	15,42	12,18
MgO	7,07	6,12	4,75	2,35
MnO	0,12	–	traces	0,10
Insoluble	0,45	–	–	–
	99,67	100,68	99,80	100,32

A notre connaissance, on n'a pas signalé de minéraux homogènes de composition semblable. Une ancienne analyse ([1]) a donné des résultats analogues, mais elle a été faite sur un mélange.

Les propriétés physiques des titanomagnétites étudiées et celles des titanomagnétites de certaines roches d'épanchement se rapprochent beaucoup; on peut donc se demander si l'alumine et la magnésie ne jouent pas un rôle important dans leur composition chimique. La présence de ces oxydes pourrait favoriser la formation des titanomagnétites homogènes et expliquer les faits en désaccord avec la théorie de Ramdohr.

GÉOLOGIE. — *Sur la stratigraphie du Crétacé moyen en Chartreuse.* Note de M. **Maurice Breistroffer**.

L'Urgonien de la Chartreuse est directement recouvert par des calcaires lumachelliques, attribués au Gault inférieur par Ch. Lory et plus spécialement à l'horizon de Clansayes par M. Ch. Jacob. Mais cette formation, d'épaisseur variable (0-30^m), représente un niveau indéterminé de l'Aptien ([2]), comme le pensait A. de Lapparent (qui n'appuyait d'ailleurs son hypothèse sur aucun argument positif, puisqu'il n'y cite pour tout fossile en Dauphiné que *Ammonites Milletianus*, en réalité caractéristique de l'Albien inférieur !).

Dès 1907, M. Jacob y a signalé, sur le plateau du Haut-du-Seuil : *Cidaris*

([1]) L. Vogt, *Ztschr. f. pract. Geologie*, Heft 8, 1900, p. 236.

([2]) Cf. M. Breistroffer, *Comptes rendus*, 193, 1931, p. 1204.

cf. *gaultina* Forbes et *Actinometra vagnasensis* De Loriol (12 ex.); or cette dernière espèce caractérise l'Aptien aux Plagnieux en Vercors (V. Pâquier, 1906) comme à Laval-Saint-Roman dans le Gard (Ed. Pellat, 1905). A Rochepleine, la lumachelle nous a fourni un mauvais fragment de *Deshayesites* (?) sp. ind., associé à une faunule aptienne :

Rhynchonella Bertheloti d'Orb., *Rh.* aff. *lata* d'Orb., *Rh. sulcata* Park. in Davids. var. *paucicostata* Jacob et Fall., *Terebratula sella* Sow. var. *tornacensis* Davids., *Terebratella Rhodani* Pict. et R., *Cidaris* cf. *Lardyi* (?) Desor [1], *C.* (*Balanocidaris*) cf. *ryzacantha* A. Gras, *Typocidaris* cf. *arduennensis* (?) Lamb., *Pseudopyrina* cf. *cylindrica* (?) A. Gras sp., etc.

Sur la lumachelle repose la couche phosphatée de l'Albien inférieur, bien conservée dans le seul gisement de la Frassette. Là, parmi une centaine d'espèces de fossiles bruns ou blancs, pourvus de leur test, on remarque de nombreuses formes du niveau de Clansayes [2] :

Phyllopachyceras aff. *baborense* Coq. sp., *Phylloceras Goreti* Kil., *Jauberticeras* Lamberti nov. sp. (= *J. Jaubertianum* d'Orb. sp. var. ap. Jacob, 1908, in *Mém. Soc. pal. Fr.*, 15, n° 38, Pl. XII, fig. 15 : holotype, leg. A. Lambert, et fig. 16 = mut.), *Tetragonites* aff. *depressus* Rasp. sp., *Pictetia* nov. sp. (espèce de Clansayes; non *P. depressa*, det. prius), *Beudanticeras* (*Uhligella*) *Toucasi* Jacob sp., *B.* (*U*?) *clansayense* Jacob sp., *Diadochoceras nodosocostatum* d'Orb. sp., *D.* aff. *Migneni* Seun. sp. (non ex local. Cucheron), *Douvilleiceras* (!) cf. *clansayense* Jacob, *Acanthoplites aschiltaensis* Anth. sp. cum. var. *aplanata* Sinz. et var. cf. *rotundata* Sinz., *A.* aff. *Lorioli* Sinz., *A. multispinatus* Anth. sp. cum. var. cf. *tenuicostata* Sinz., *A.* (?) *Tobleri* (Jacob) var. *discoidalis* Sinz., *A.* (?) n. sp. (gr. *gargasense* d'Orb. sp.), *A.* cf. *Abichi* Anth. sp., *A. Bergeroni* Seun. sp., *A. Bigoureti* Seun. sp., *A. Anthulai* Brst., *A.* (*Hypacanthoplites*?) cf. *Uhligi* Anth. em. Sinz. sp., *A.* (*H.*) *Nolanisimilis* Brst. cum var. *crassa* (Sinz.) et var. *subrectangulata* (Sinz.), *Aconoceras* (*Sanmartinoceras*) nov. sp., etc.

Partout ailleurs, les couches phosphatées de diverses zones de l'Albien sont réduites à un très mince béton (0-20^{cm}) de fossiles usés et roulés, à l'état de mauvais moules internes. On y trouve en mélange des espèces provenant de tous les horizons du Gault, depuis le niveau de Clansayes (à Rochepleine : *Tetragonites* aff. *depressus* Rasp. sp., *Douvilleiceras* cf.

---

(1) Les débris d'Échinides ont été déterminés (10 nov. 1932) par M. J. Lambert.

(2) Cf. M. Breistroffer, *C. R. somm. Soc. géol. Fr.*, 4 février 1933, n° 3, p. 28 à 30, et *Ann. Univ. Grenoble*, nouv. série, 8, 1931, p. 187-236 ; cf. *Trav. Lab. Géol. Univ. Grenoble*, 17, fasc. 3, 1933, p. 1 à 50.

clansayense Jacob, *Acanthoplites Bigoureti !* Seun. sp.) jusqu'au Vraconien (à Rochepleine : *Turrilites Bergeri* Brongn.; au Cucheron : *Arrhaphoceras* cf. *Studeri* Pict. et C. sp., *Stoliczkaia* cf. *dispar* d'Orb. sp., *Turrilitoides* cf. *Hugardianus* d'Orb. sp., etc.). Parmi tous ces fossiles, devenus uniformément rouges (à Rochepleine) ou gris (au Cucheron) par remaniement, nous avons découvert, au Cucheron, *Schloenbachia* cf. *Coupei* Brgn. sp. et *Hypoturrilites* sp. ind., indiquant la présence de fossiles cénomaniens dans ce complexe remanié à la base du Sénonien.

L'étage cénomanien a donc existé en Chartreuse comme dans le Vercors, où il est connu à la Fauge et aux Prés de Rencurel. Il se retrouve d'ailleurs dans les chaînes subalpines de Haute-Savoie (Brongniart 1818; A. Favre 1867; E. Fallot 1885, etc.) (¹).

GÉOLOGIE. — *Les lambeaux houillers de la Ville-Dé-d'Ardin et de Fougeroux (Deux-Sèvres). Transgression stéphanienne et doublement des axes synclinaux.* Note (²) de M. **Gilbert Mathieu**, transmise par M. Charles Barrois.

Afin d'éclaircir les conditions de gisement du Bassin houiller de Vouvant que nous étudions depuis 1930, nous venons de revoir à nouveau les rapports du Houiller avec les marbres d'âge Givétien (³) de la Ville-Dé-d'Ardin.

Nous avons pu suivre, à l'est de Saint-Laurs, une étroite bande houillère dirigée NW-SE située dans le prolongement du Bassin de Vouvant et signalée du reste par Welsch (⁴) en 1916. Les roches que nous avons examinées sur des déblais de puits et la flore fossile nous permettent de conclure au Namurien. A l'ouest de la métairie de la Gaconnière, dans le Vallon de Périgny, il existe des poudingues siliceux à galets de quartz. Cette même roche forme un nouveau lambeau carbonifère au croisement des chemins allant de la Gaconnière à Dilay et de Périgny à la Marbrière. Enfin, grâce à une coupe pratiquée dans le Bois Carré de la Gaconnière, nous avons observé sur plus de 500^{m} le même poudingue siliceux et extrê-

---

(¹) Cf. L. Moret, *Mém. Soc. géol.*, nouv. série, 10, n° 22, 1934, p. 29-30.

(²) Séance du 11 mai 1936.

(³) Voir *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1523-1525.

(⁴) *Bull. Soc. Géol.* (*Comptes rendus*), 8, 1916, p. 61-62.

mement dur. Le lambeau carbonifère noté *h* sur la feuille de Niort et porté à l'ouest de la Ville-Dé, doit être ainsi doublé de superficie.

Les poudingues siliceux du Bois-Carré de la Gaconnière comme ceux du *Cimetière-aux-Chiens*, situés dans la Vallée du Saumort, ressemblent lithologiquement au conglomérat stéphanien (¹) de la Verrerie de Faymoreau et non aux conglomérats du Namurien. Dans le Bois-Carré de la Gaconnière, on peut établir que le Stéphanien repose sur le Givetien.

Nous arrivons donc à deux nouvelles conclusions : 1° la série des lambeaux houillers qui prolongent le Bassin de Vouvant depuis Saint-Laurs jusqu'à la Ville-Dé montre des formations tantôt d'âge namurien tantôt d'âge stéphanien; 2° dans l'ensemble du pli synclinal dévonien-carbonifère de Vendée, le Stéphanien repose à Chantonnay sur le Westphalien, à Faymoreau sur le Namurien, à la Ville-Dé sur le Givétien. La grande transgression des dépôts stéphaniens sur les formations antérieures est ainsi mise en évidence en Vendée.

Présence d'un lambeau houiller au nord du Bassin de Vouvant. — A la Ville-Dé, nous assistons au dédoublement des axes synclinaux carbonifères puisqu'un deuxième gisement de Stéphanien et de Givetien se retrouve au *Cimetière-aux-Chiens*, bien en dehors de la ligne *Saint-Laurs-la Marbrière*. Cette constatation nous a incité à rechercher des lambeaux houillers au nord du Bassin de Vouvant. Nous basant sur les dires des paysans du Busseau (Deux-Sèvres) qui signalaient des terres charbonneuses au Fougeroux, nous avons réussi à trouver une *passée charbonneuse* et des blocs de grès houiller, dans ce secteur, mais sur le territoire du département de la Vendée. Ce lambeau houiller de Fougeroux est séparé du Bassin de Vouvant par une bande de schiste X. Comme les dépôts superficiels sont abondants entre Faymoreau et le Busseau, ils peuvent très bien cacher un îlot carbonifère d'une certaine importance (superficie possible : largeur 500^{m}, longueur 2^{km}).

Cette observation modifie l'aspect de la feuille de Fontenay-le-Comte qui n'indique que le schiste X dans cette région.

Des brèches houillères existeraient aussi probablement à la Ménardière, commune de la Chapelle-Thireuil d'après un rapport de Bergeron.

Le nouvel axe synclinal *Le Fougeroux-Le Cimetière-aux-Chiens* est rigoureusement parallèle au grand synclinal *Vouvant-Saint-Laurs-la Marbrière de la Ville-Dé*.

(¹) G. Mathieu, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1204.

La ligne du poudingue et quartzite rouge séricitique de Champdeniers qui représente la bande centrale du synclinal cambrien [1] de Champdeniers (Dalle verte et rhyolite) traverse notre axe synclinal récemment reconnu pour venir se terminer contre le Bassin de Vouvant au Terrier de la Rue. Autrement dit, les deux plis hercyniens à noyau carbonifère dirigés NW-SE *recoupent* un synclinal de Cambrien de la Gâtine orienté presque E-W.

Cette constatation démontre une phase orogénique *post-cambrienne* et *ante-namurienne* en Vendée.

Plis posthumes. — Les lambeaux houillers du Bois Carré de la Gaconnière et du Bois Blanc sont à des cotes supérieures à celles du Charmouthien sous le plateau de la Gaconnière et de la Ville-Dé. Une faille verticale d'effondrement renfonce le Lias au nord du Carbonifère. On reconnaît là une disposition identique à celle de la *Fosse-jurassique* [2] *de Chantonnay.*

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les limites des courants aériens dans l'Afrique de l'Ouest.* Note [3] de M. **Henry Hubert.**

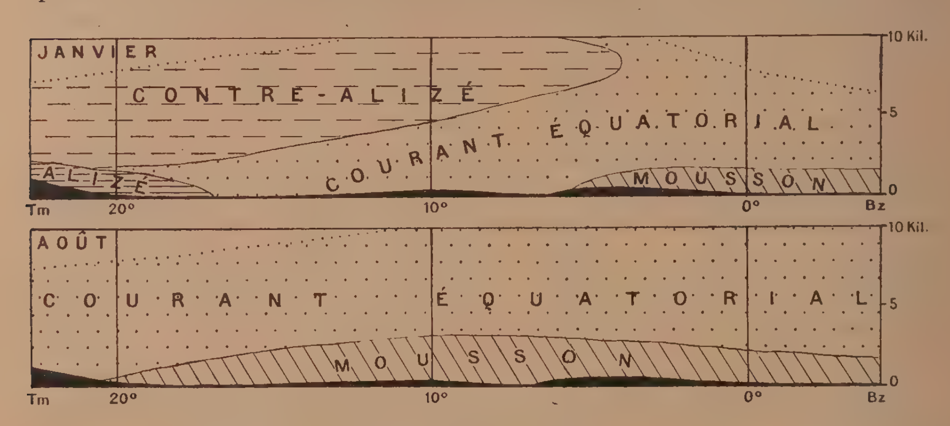
Ayant donné l'an dernier [4] les premières coupes de l'atmosphère, sur 10^{km} de hauteur, au-dessus des colonies françaises, je me propose d'ajouter ici quelques indications sur les limites des courants aériens observés, du Nord au Sud, à travers l'Afrique de l'Ouest, en étendant cette fois les renseignements, d'une part, jusqu'à Brazzaville (4°17′ lat. S.); et, d'autre part, jusqu'à Tamanrasset (22°47′ lat. N.), soit, en latitude, sur 3000^{km} environ.

Les nouveaux éléments utilisés dans cette Note sont des coupes journalières et des cartes à différentes altitudes que j'ai établies d'après les sondages effectués en 1935 dans les stations du Service Météorologique Colonial en A. E. F., A. O. F., Togo et Cameroun et par la station de Tamanrasset (Service Météorologique de l'Algérie). On ne trouvera ici qu'une coupe très générale, montrant pour deux mois de l'année, choisis intentionnellement, la répartition la plus fréquente des limites extrêmes des quatre grands courants aériens les plus voisins du sol.

---

(1) G. Mathieu, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 330.
(2) G. Mathieu, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2202.
(3) Séance du 11 mai 1936.
(4) *Ann. Phys. du Globe de la France d'Outre-Mer*, 7, 1935, p. 21.

a. En janvier, la partie continentale de l'*alizé septentrional* (N à NE), qui fait généralement corps avec la partie atlantique de ce même courant, mais est beaucoup moins développée que celle-ci, a eu sa limite nord comprise entre le 14° latitude N et la Méditerranée, avec une position fré-



quemment voisine du 33e parallèle (voisine du 27e parallèle pour janvier 1936). Cette limite correspond souvent à une dorsale de pression avec vents divergents du Nord et du Sud.

La limite méridionale de cet alizé est comprise entre les 4° et 27° latitude N, mais elle est plus généralement voisine du 17e parallèle. Le plafond de ce courant peut atteindre 4^{km} au-dessus du sol, mais la hauteur de 1500^{m} est rarement dépassée.

En août, l'alizé septentrional, dont l'extension vers le Sud se trouve très diminuée sur l'océan et sur le littoral de la Mauritanie, ne subsiste plus dans l'intérieur du continent, au moins au sud du tropique du Cancer.

b. La *mousson* (S à W), dont les éléments sont empruntés aux filets d'air de l'alizé méridional, existe pratiquement toute l'année au sud du 4° lat. N. Au nord de cette latitude, en janvier, son individualité n'est pas distincte de celle de la brise de mer le long du golfe de Guinée ; malgré l'indécision qui en résulte, on est en droit de considérer que sa limite nord ne dépasse pas alors le 6e parallèle.

En août, cette limite atteint normalement le 21e parallèle et peut parvenir exceptionnellement jusqu'au 35e parallèle. A environ 1200^{km} au sud de cette limite, s'observe la plus grande hauteur moyenne atteinte par le plafond de la mousson (3000^{m} environ, avec comme extrêmes accidentels, localisés, 0 et 8000^{m}).

c. Le *courant équatorial* (NE à SE, avec E dominant), dont l'*harmattan* soudanais ne représente qu'une petite partie, comme je l'ai montré d'autre part, occupe toute l'année, au sol, le long de la coupe, au nord de la mousson, une étendue de l'ordre d'un millier de kilomètres en latitude. De plus, il est cantonné au-dessus de la mousson, dans les régions où souffle celle-ci. En outre, en hiver, il est surmonté partiellement par le contre-alizé et est superposé à la partie méridionale de l'alizé ; il finit au Nord en coin entre ces deux courants. Il peut recouvrir parfois entièrement l'alizé et se retrouver au sol au nord de la zone où souffle celui-ci. En été, il peut atteindre, le long du sol, le 30e parallèle, limite à partir de laquelle se trouve alors d'ordinaire une zone de vent nul ou de vent du sud. Le courant équatorial, dont le plafond dépasse souvent 10000^{m}, là où il n'est pas surmonté par le contre-alizé, est normalement fort plastique par rapport aux courants inférieurs, ses limites étant celles qui lui sont imposées par ces derniers.

d. Le *contre-alizé* (S à W) n'a pas été observé en août 1935 dans la partie d'atmosphère atteinte par les sondages. En janvier 1935, sa limite méridionale s'est parfois traduite par une pointe située aux environs du 4° lat. N. et vers 8000^{m} de hauteur (cette limite s'est étendue notablement plus au Sud et jusqu'à 10000^{m} d'altitude pour décembre 1935). La partie inférieure de ce courant surmonte le courant équatorial, puis l'alizé. Elle atteint parfois le sol dans les régions sahariennes. Les sondages ont reconnu ce courant, en hiver, au moins jusqu'à 8000^{m} à Tamanrasset, et jusqu'à au moins 10000^{m} au sud du 15e parallèle.

Outre les renseignements généraux ci-dessus, certains sondages donnent des renseignements sporadiques sur les vents supérieurs, mais ces renseignements ont été trop peu nombreux en 1935 pour pouvoir faire l'objet de généralisations [1].

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la solubilité des composés tanniques du bois de châtaignier.* Note de M. **Maurice Quendiac**, présentée par M. Marin Molliard.

Un seul dissolvant est insuffisant pour extraire la totalité des tannins de certains végétaux.

---

(1) Les parties figurées en noir sur la coupe ci-contre traduisent le relief du sol entre Tamanrasset (Tm) et Brazzaville (Bz).

Pour le bois de châtaignier épuisé d'abord par l'acétone, l'extrait aqueux contient des composés se présentant sous forme de précipité colloïdal et bloquant les tannins vis-à-vis de l'acétone.

On les a considérés comme constituant une substance adsorbante et, après les « tannins-masses » de Lloyd, E. Michel-Durand a émis l'hypothèse de « tannin-mucilage ».

Observant microchimiquement les effets des différents solvants sur le tissus ligneux du châtaignier, j'ai pu observer que les tannins imprégnant les membranes des éléments du bois âgé résistaient à l'action dissolvante prolongée de l'acétone et au contraire disparaissaient rapidement sous l'action de l'eau chaude. L'action dissolvante de l'alcool s'exerçait également sur ces mêmes tannins imprégnés.

Afin d'éliminer la plus grande quantité possible de composés pectiques qui passent en solution dans les extraits aqueux, j'ai effectué des épuisements sur la sciure de bois de châtaignier par l'acétone pure et par l'alcool à 95-96°. Une première série d'analyses à été faite sur une solution alcoolique obtenue sans extraction préalable par l'acétone.

Deux volumes égaux de cette solution étant évaporés à sec sous pression réduite, les résidus ont été repris l'un par l'eau chaude, l'autre par l'acétone, cette dernière opération étant effectuée à l'ébullition avec réfrigérant ascendant, pendant deux heures.

La presque totalité des tannins dissous par l'alcool ont été retrouvés dans la solution cétonique; le rapport tannins dissous par l'acétone/tannins dissous par l'alcool a toujours été aux environs de 80/100 et a même atteint 88/100.

Des expériences complémentaires ont été faites en exerçant le pouvoir dissolvant de l'acétone sur la solution aqueuse obtenue à partir du résidu alcoolique. Les poids de tannins obtenus ont été un peu plus faibles, mais le rapport ci-dessus s'est maintenu aux environs de 70/100.

Cette diminution n'est pas surprenante si l'on tient compte de la grande oxydabilité des composés tanniques qui a pu s'exercer pendant les manipulations supplémentaires nécessitées par ce dosage.

Une autre série d'expériences a été faite en faisant précéder l'extraction alcoolique d'un épuisement à l'acétone pure.

Rapportées au même poids de sciure que dans la série précédente les quantités de composés tanniques dissoutes dans l'alcool étaient un peu plus faibles, mais les rapports des poids de tannins solubles dans l'acétone aux poids de ces mêmes substances solubles dans l'alcool sont restés constants,

soit dans l'action directe de l'acétone sur le résidu alcoolique (80/100), soit dans son action après dissolution du résidu par l'eau (65 à 70/100).

D'autre part les tannins ont été dosés dans l'acétone qui avait été mise en contact direct avec la sciure. Ces tannins ne sont que partiellement solubles dans l'alcool (40 à 45 pour 100).

Dans tous les cas les poids de substances tanniques dissoutes directement ont toujours été de beaucoup inférieurs à ceux des mêmes substances dissoutes par l'acétone dans l'extrait alcoolique.

Dans une même expérience on a obtenu :

Extrait cétonique (ramené à 100^{cm^3}).

	mg
Tannins solubles dans l'acétone	49,2
Tannins solubles dans l'alcool	22,0

Extrait alcoolique (ramené à 100^{cm^3}).

Tannins solubles dans l'alcool	120,0
Tannins solubles dans l'acétone	96,0

Avec un même poids de sciure, sans traitement préalable à l'acétone, on a eu :

Extrait alcoolique (ramené à 100^{cm^3}).

Tannins solubles dans l'alcool	$136^{mg},0$
Tannins solubles dans l'acétone	$120^{mg},0$

En comparant ces résultats on constate que les tissus épuisés par l'acétone sont susceptibles de livrer à l'alcool une grande quantité de substances tanniques, ce qui laisserait supposer que la substance adsorbante retenant les tannoïdes passerait en solution dans l'alcool. Or les hypothèses jusqu'ici formulées ont toujours considéré cette substance comme devant appartenir au groupe des pento-hexosanes qui sont insolubles ou très peu solubles dans l'alcool à 95°. Il y a donc lieu de remarquer que les tannins qui sont dissous dans l'alcool ne sont pas associés à des matières pectiques ou à des mucilages, mais on pourrait penser que la substance adsorbante est d'une nature différente.

Or l'acétone mis en présence de l'ensemble des composés dissous dans l'alcool enlève à ceux-ci la presque totalité des tannins qui s'y trouvent contenus. Il n'y a pas lieu d'envisager la destruction du complexe hypothétique par la chaleur, car la température d'évaporation de l'alcool n'a pas été supérieure à la tempérautre d'extraction directe à l'acétone.

On est donc amené à envisager la présence de tannins *libres* qui résisteraient à l'action dissolvante de l'acétone pure dans les tissus végétaux.

La recherche des tannins adsorbés et de la substance adsorbante doit donc être effectuée dans les extraits aqueux obtenus après les épuisements cétonique et alcoolique.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Élaboration par la cellule sécrétrice et phénomènes de sécrétion chez* Primula obconica. Note de M. **Maurice Hocquette**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Nous déduirons quelques conclusions de l'ensemble de nos observations antérieures [1].

Si nous considérons la sécrétion de *Primula obconica* à l'état d'inclusions intra-cytoplasmiques, les recherches de solubilité montrent que celles-ci, bien solubles dans la plupart des solvants utilisés, ne le sont par contre que très lentement dans l'éther ou dans l'acétone. Les observations que nous avons faites nous conduisent à admettre que ces inclusions sont formées de substances de nature différente, entre autres des phytostérols et des saponosides, ces derniers en quantité assez notable. Or l'insolubilité, ou tout au moins une résistance très marquée à la dissolution dans l'éther et l'acétone, est un des principaux caractères du complexe stérol-saponoside, ce qui nous amène à envisager qu'il pourrait constituer une partie importante de la masse des inclusions intra-cytoplasmiques.

Dans la sécrétion extra-cytoplasmique, outre les phytostérols et les saponosides, auxquels il y a vraisemblablement lieu d'attribuer les réactions cutanées provoquées par l'excrétat de *Primula obconica* décrites par plusieurs auteurs, nous avons mis en évidence des graisses neutres ou un mélange de graisses neutres et d'acides gras; c'est à la présence de ces lipides et peut-être aussi à la séparation du saponoside de sa combinaison avec les stérols qu'il faudrait attribuer les modifications des caractères de solubilité de la sécrétion qui hors du cytoplasme devient extrêmement soluble dans les deux solvants précités. La composition de la sécrétion est donc différente de part et d'autre de la limite cytoplasmique périphérique.

(1) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 234, 436 et 1089; *C. R. Soc. Biol.*, **120**, 1935, p. 29.

M. et M[me] F. Moreau (¹), dans leur étude sur la sécrétion dans les poils, de Houblon ont émis, pour expliquer la disparition complète du chondriome dans les cellules sécrétrices, l'hypothèse d'une intervention des lipoïdes dans les phénomènes d'excrétion, les lipoïdes modifiant la perméabilité cytoplasmique et facilitant aux essences et résines la sortie hors de la cellule. Il ne semble pas qu'il en soit ainsi chez *Primula obconica*, mais que des processus particuliers dont nous n'apercevons que les manifestations aient lieu dans la couche cytoplasmique périphérique se traduisant notamment par l'individualisation de lipides à la faveur de laquelle la sécrétion serait émise à l'extérieur. Cette hypothèse pourrait expliquer certains faits décrits par Hanstein et également par Tschirch dont la théorie sur la participation, morphologiquement apparente, de la membrane aux phénomènes d'élaboration de la sécrétion est infirmée par nos observations.

En effet, pendant tout le développement du poil et pendant les processus de sécrétion, la zone sous-cuticulaire de la membrane de la cellule terminale persiste, offre les réactions de la cellulose et reste mince. Et bien que la cellule subterminale offre dans sa région interne des caractères chimiques particuliers rien ne permet d'y trouver une analogie avec la *couche résinogène*; il s'agit de modifications que les techniques de coloration font attribuer à la présence de substances voisines de la cutine, n'ayant qu'un rapport lointain avec les processus de sécrétion et qu'il faut rapprocher des exemples de cutinisation et de subérification de la membrane des cellules sécrétrices signalés par de Bary, Tschirch et Zacharias.

Au cours de la formation de la sécrétion par la cellule on assiste d'une part à la raréfaction du chondriome et à la disparition des chondriocontes, d'autre part à la transformation chimique d'une partie du chondriome. A ce sujet il y a lieu de remarquer que les méthodes d'imprégnations argentiques et osmiques avec action modérée des réactifs ne permettent généralement d'observer presque exclusivement qu'un chondriome court et épais qu'il faut vraisemblablement assimiler, pour quelques stades du moins, aux chondriocontes en évolution.

De ces observations cytologiques et des résultats des recherches microchimiques il ressort que le chondriome jouerait un rôle, au moins passif, dans le phénomène de sécrétion et que ce serait le plus souvent au niveau des vacuoles et avec la participation de la substance lipoïdique du chondriome, que s'élaboreraient les inclusions, complexe de substances hétérogènes où entreraient des lipoïdes.

(¹) *Rev. Génér. de Bot.*, 34, 1922, p. 193.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la soi-disant dégénérescence de la Navicule bleue* (Navicula fusiformis *Grün.* = N. Ostrearia *Bory*). Note (¹) de **M. Gilbert Ranson**, présenté par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Il m'a été donné d'observer de vieilles cultures de Diatomées brunes et de constater chez de très nombreux individus la ségrégation des endochromes en grains de diverses dimensions et de formes variées, le plus souvent arrondis. On est convenu de qualifier ce phénomène de dégénérescence granulo-graisseuse; or, si l'on utilise les Algues dans cet état pour ensemencer un nouveau milieu de culture, elles se développent, se reproduisent parfaitement et donnent de nouveau une culture normale. Le terme de dégénérescence paraît donc impropre et l'on devrait plutôt parler de nouvel équilibre morphologique du cytoplasme en rapport avec les conditions spéciales du milieu extérieur.

Ces mêmes particularités peuvent être constatées dans des cultures récentes auxquelles on ajoute certains sels. Dans tous les cas, il est le résultat d'un déséquilibre du milieu par suite d'un excès de l'une des substances ou de l'addition d'un élément exceptionnel. On sait que le cuivre, le fer, le manganèse sont très favorables, voire même indispensables à doses infinitésimales et extrêmement néfastes à doses plus fortes.

J'ai soumis, d'autre part, des Chlorophycées d'eau douce du genre *Ankistrodesmus* à l'action de certains sucres. A la dose utilisée, il est résulté une ségrégation en grains des chloroplastes comme cela a lieu pour les Diatomées de vieilles cultures et même d'une façon plus prononcée encore.

Dans tous ces cas, les granulations en question sont de l'ordre du micron. Si nous observons en masse les Algues dont la structure cytoplasmique est ainsi modifiée, nous n'observons pour ainsi dire pas de changement notable dans la pigmentation. Les *Ankistrodesmus* paraissent seulement d'un vert plus vif; les Diatomées sont toujours brunes, mais seulement avec une petite teinte verdâtre. Au contraire, au microscope en lumière naturelle quelquefois, mais surtout en lumière artificielle, ces granulations de 1^{μ} ou moins, nous apparaissent bleu verdâtre ou même nettement bleues. Il s'agit donc d'une simple apparence; en réalité nous sommes en présence d'un pigment vert allant au vert émeraude.

(¹) Séance du 11 mai 1936.

Je possède, en ce moment, une culture unialgale d'une petite Algue dont la dimension est voisine de 1µ appartenant probablement aux Chlorophycées, Autosporinées. Au grossissement de 900 à 1000, tous les spécialistes qui l'ont vue comme moi, ont dit tout d'abord : « elle est bleue, c'est peut-être une cyanophycée ». Cependant lorsqu'on porte son regard sur la culture extraordinairement dense d'une trentaine de litres se trouvant à côté, on n'a plus de doute : c'est un organisme vert.

C'est un pigment bleu de cet ordre que E. Bachrach a vu et dont elle a parlé dans diverses Notes, dont une très récente (1). Il est à peine besoin de dire que ce qui est constaté, décrit, figuré depuis longtemps chez *Navicula fusiformis* (*ostrearia*) est absolument différent. Chez la Navicule bleue, le contenu cellulaire est parfaitement normal, sans aucune trace de ségrégation cytoplasmique ; nous n'observons pas de rapports morphologiques essentiellement nouveaux au sein du cytoplasme. Le protoplasma des extrémités et souvent celui des parois latérales est coloré d'une façon parfaitement homogène, diffuse, par un véritable pigment bleu, isolé et étudié par Bocat sous le nom de marennine (1907) (2) et moi-même. Tous les auteurs, botanistes et spécialement diatomistes, ayant observé depuis un siècle cette Navicule, sont d'accord pour affirmer qu'il n'existe rien de semblable dans la nature chez les Diatomées et que ce pigment bleu est bien spécial à *Navicula fusiformis Grün.*, dans certaines conditions de nutrition.

E. Bachrach n'a jamais vu un tel pigment bleu chez les autres Diatomées, dans la nature. Au lieu de s'appuyer sur les opinions autorisées des spécialistes, elle fait état d'une affirmation de G. Hinard suivant lequel il existerait d'autres Diatomées bleues que cette Navicule sur les fonds ostréicoles. Or feu Hinard, connaissait peu les Diatomées. Il résumait, à leur sujet les travaux des autres auteurs. Je me suis entretenu avec lui au sujet de cette dernière affirmation. Il a reconnu avoir mal interprété certains passages de mon travail de 1927.

D'autre part les endochromes de la Navicule bleue un peu différents de ceux de la même Algue planctonique n'en sont pas moins homogènes et ne montrent pas le moindre indice de ségrégation ; ils sont bruns. L'hypothèse suivant laquelle « le bleuissement est un signe de dégénérescence, l'indice d'un organisme sénile, malade, mourant, est absolument contraire aux faits les plus élémentaires. Il suffit d'avoir assisté une seule fois au développe-

(1) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 976.
(2) *C. R. Soc. Biol.*, Paris, **62**, 1907, p. 1073.

ment de la Navicule sur les fonds ostréicoles pour s'en convaincre. La cellule normalement planctonique, devient un peu plus longue et plus large dès qu'elle se fixe sur un fond, ou une Algue supérieure, ou une matière organique, dans un état donné, se trouve présente; elle acquiert alors une activité débordante, sécrète un mucilage abondant et une matière organique pigmentée, soluble dans l'eau. Elle se divise avec une rapidité extraordinaire et l'on trouve constamment six frustules doubles sur dix. Il suffit que les conditions ne soient plus propices pour que, l'activité se ralentissant, la Navicule ne sécrète plus de mucilage la retenant fixée au sol et reprenne progressivement ses caractères de Diatomée brune; entraînée par les courants elle redevient alors immédiatement planctonique, comme il m'a été donné de le constater en 1926, en pleine mer, sur plusieurs ares de surface, dans la zone de balancement des marées de la région de Marennes. La Navicule bleue est tout l'opposé d'une Algue qui se meurt.

BACTÉRIOLOGIE DES SOLS. — *La* fatigue *des sols. Cause et remèdes*. Note [1] de MM. **Albert Demolon** et **Antoine Dunez**, présentée par M. Émile Schribaux.

Dans nos précédentes recherches, nous avons mis en évidence le rôle du bactériophage du *B. radicicola* dans la fatigue des sols [2]. Nos observations ont été récemment vérifiées et confirmées par Arnaudi et Castellani [3]. En 1935, dans une série d'expériences culturales que nous exposerons ailleurs en détail, nous avons contrôlé la valeur pratique de nos conclusions antérieures.

Le bactériophage du B. radic. *dans ses rapports avec la fatigue.* — L'apparition du bactériophage dans les luzernières peut faire l'objet d'un diagnostic rapide, grâce à l'examen microscopique de frottis sur lame de jeunes nodosités. On constate, dans ce cas, une dégénérescence granulaire précoce des bactéroïdes. Ce test est particulièrement utile pour différencier la fatigue proprement dite des phénomènes d'origine cryptogamique ou parasitaire.

La luzerne implantée dans un sol peut poursuivre sa végétation en présence du bactériophage, mais toute production de nodosités cesse bientôt dans ces conditions; la plante se comporte alors comme une *non légumineuse*

---

(1) Séance du 11 mai 1936.

(2) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1344, et **199**, 1934, p. 1257.

(3) *Boll. del. Sez. Ital.*, 4, 1934, p. 317-321.

utilisant l'azote du sol; sa vigueur et sa productivité sont toujours diminuées. C'est ce que montrent les résultats suivants relatifs à une luzernière semée en 1934 dont une partie manifesta la fatigue dès 1935.

Champ d'expérience de la Lanterne (graines non inoculées).

	Partie normale.		Partie fatiguée.	
	1934.	1935.	1934.	1935.
Kilogrammes par hectare.	3 coupes.	4 coupes.	3 coupes.	4 coupes.
Matière sèche récoltée	5700	10610	5700	6900
Poids des racines	600	2100	600	980
Azote dans la récolte totale (partie aérienne et racines)	229	371	229	239

En définitive la symbiose bactérienne représente un phénomène qui tend à disparaître spontanément, en même temps qu'apparaît la fatigue. C'est là un fait important au point de vue biologique et agronomique; il doit être rapproché des constatations déjà faites par P. Dangeard (¹) sur les phénomènes de phagocytose dans les tubercules.

On peut se demander quels sont les facteurs dont dépend l'intensité des phénomènes bactériophagiques dans les conditions naturelles. A cet effet nous avons comparé quatorze variétés de luzerne cultivées côte à côte à Versailles (²), dont la résistance à la fatigue, en troisième année, se montrait très différente. Les cinq provenances suivantes : Russie d'Europe, Turkestan, États-Unis, Cap et Argentine, en voie de disparition totale, étaient aussi les plus riches en bactériophage; l'extrait de racines examiné suivant la technique que nous avons précisée, assurait, dès le 3ᵉ passage, une lyse totale sans culture secondaire. Au contraire, une luzerne provenant de Seine-et-Oise, qui s'était maintenue en bon état, ne renfermait que des traces de bactériophage. D'une façon générale, nous avons noté qu'il y a un parallélisme entre le degré de fatigue et la teneur en bactériophage de la plante.

Cette même expérience nous a permis de constater l'identité de comportement des bactériophages provenant des diverses variétés de luzerne cultivées *dans le même sol*, à la condition que ceux-ci aient été préalablement amenés, par un nombre suffisant de passages, à leur maximum de

---

(¹) *Recherches sur les tubercules radicaux des légumineuses* (*Le Botaniste*, 16ᵉ série, 1926, p. 173).

(²) Voir Alabourette et Méneret, *Ann. Agron.*, 3, 1936, p. 407.

virulence. C'est donc uniquement l'aptitude à la multiplication du bactériophage dans la plante qui différencie les variétés de luzerne cultivées côte à côte. Par contre, les bactériophages provenant de régions différentes varient dans leur activité lytique; celle-ci s'est montrée maxima pour les régions méridionales.

En ce qui concerne le *B. radicicola*, certaines de nos souches sont extrêmement sensibles à la lyse bactériophagique; d'autres le sont devenues au bout d'un certain temps de culture. Par contre, nous avons pu isoler des régions septentrionales quelques races individuelles présentant une résistance considérablement accrue et douées d'une excellente activité symbiotique.

Rôle de l'inoculation des graines. — La première condition, pour qu'une terre fatiguée redevienne propre à la culture de la légumineuse, est l'élimination totale du bactériophage présent dans le sol ou dans les débris de racines. Cette disparition par voie spontanée est plus rapide dans les terres légères et perméables que dans les limons argileux; l'irrigation l'accélère; quant aux façons culturales habituelles, leur action est moins efficace, d'où la nécessité d'un délai suffisant.

D'autre part, l'ensemble des expériences que nous avons effectuées sur le rôle de l'inoculation des graines, dans les conditions de la pratique culturale, conduit aux conclusions suivantes :

1° l'inoculation effectuée avec des cultures polyvalentes résistantes à la lyse, permet de retarder l'apparition de la fatigue et de maintenir plus longtemps la luzerne au maximum de sa productivité. Elle n'a que peu modifié la teneur en azote de la matière sèche récoltée (moyenne de 50 déterminations 3,74 pour 100 contre 3,61 pour les témoins); aussi, l'augmentation des matières azotées obtenue est-elle directement liée à l'accroissement du rendement;

2° l'inoculation des graines permet de réussir la culture de la luzerne en diverses régions où elle avait été abandonnée, en raison d'échecs répétés dus à la disparition du *B. radicicola* du milieu. Cette disparition, imputée souvent à tort à l'acidification du milieu, est d'origine bactériophagique;

3° enfin, en nous affranchissant de la réinfection spontanée du milieu, l'inoculation permet de diminuer considérablement l'intervalle de temps généralement considéré comme nécessaire au retour de la luzerne sur le même sol. Cet intervalle peut être réduit au temps nécessaire à la disparition du bactériophage dans le sol.

CYTOPHYSIOLOGIE. — *Sur le rôle du cytoplasme du gamète mâle dans le phénomène de la fécondation.* Note de M. **Ph. Joyet-Lavergne**, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

Si nos connaissances sur le rôle du noyau du gamète mâle dans la fécondation ont fait de très grands progrès, le rôle du cytoplasme de ce gamète est encore peu connu. Nous avons pu observer, chez les Champignons, trois étapes de la fécondation dont l'étude apporte quelques clartés sur le rôle du cytoplasme mâle. La première étape était réalisée chez *Nadsonia fulvescens*, les deux étapes suivantes chez *Pythium* de *Baryanum*.

Première étape. — Le gamète mâle de *Nadsonia*, étant encore engagé dans le canal de copulation, a déjà déversé la plus grande partie de sa masse dans le gamète femelle. L'action du leucodérivé du bleu de Nil permet de distinguer les deux cytoplasmes en contact; le cytoplasme mâle coloré en vert bleuâtre se détache nettement du cytoplasme femelle coloré en vert clair. Ainsi, lorsque le gamète mâle pénètre dans le gamète femelle son cytoplasme a conservé le caractère sexuel physico-chimique qu'exprime la première loi de sexualisation (pouvoir oxydant plus élevé).

Deuxième et troisième étapes. — Elles sont représentées chez *Pythium*; le gamète mâle a pénétré dans l'oosphère. A la deuxième étape, les noyaux, mâle et femelle, sont encore éloignés l'un de l'autre. A la troisième étape, ils viennent d'opérer leur fusion. Dans l'un et l'autre cas, ni l'action du leucodérivé du bleu de méthylène, ni l'action du leucodérivé du bleu de méthyle ne permettent de distinguer, dans l'œuf, le cytoplasme d'origine mâle du cytoplasme femelle.

On sait que chez les deux espèces étudiées, à la phase de rapprochement des gamètes, la sexualisation du chondriome est nette [1]. Ce caractère persiste aux trois étapes de la fécondation. Lors de la première étape, chez *Nadsonia*, par l'action du leucodérivé du bleu de Nil, le chondriome mâle se présente sous la forme de baguettes colorées en bleu qui se détachent nettement sur le fond cytoplasmique mâle. Les chondriocontes femelles sont plus grêles et colorés en vert. A la deuxième étape, chez *Pythium*, par l'action du leucodérivé du bleu de méthylène, ou par l'action du leucodérivé du bleu de méthyle, on distingue nettement les chondriocontes mâles, plus trapus, colorés en bleu et placés autour du noyau mâle, des

---

[1] Ph. Joyet-Lavergne, *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 894, et 198, 1934, p. 1071.

chondriocontes femelles, plus grêles et moins colorés. A la troisième étape, les chondriosomes mâles et femelles sont devenus granuleux, la différence sexuelle morphologique est atténuée, mais il est encore possible, par l'un ou l'autre des deux réactifs indiqués, de distinguer, parmi les mitochondries disséminées dans la masse cytoplasmique de l'œuf, des grains un peu plus gros et surtout plus colorés, ce sont les chondriosomes mâles. Ainsi, les méthodes utilisées ne permettent la distinction des cytoplasmes mâle et femelle qu'à la première étape de la fécondation, mais elles montrent que la sexualisation du chondriome persiste pendant la fécondation jusqu'à la troisième étape du phénomène.

De cette étude se dégagent deux *conclusions* : 1° *le cytoplasme mâle qui pénètre dans le gamète femelle a conservé ses qualités sexuelles physico-chimiques*; 2° *le gamète femelle reçoit, par la fécondation, un élément catalyseur* (*chondriome mâle*) *dont la puissance d'oxydation est plus élevée que celle de son chondriome propre.*

Nous ignorons le degré de généralité de la 1re conclusion, mais, pour les raisons suivantes la 2e conclusion semble avoir une portée générale. Cette proposition repose en effet sur trois constatations : 1° la pénétration du chondriome mâle; 2° le caractère de sexualisation du chondriome, 3° le pouvoir de catalyse du chondriome. Chacun de ces trois faits présente une certaine généralité : 1° la pénétration du chondriome mâle dans le gamète femelle a déjà été mise en évidence par Meves qui lui attribue un caractère général; 2° la sexualisation du chondriome existe chez les Sporozoaires, les Algues, les Champignons et, d'après les résultats de recherches en cours, chez les Prêles; elle a un caractère général; 3° le pouvoir de catalyse d'oxydo-réductions du chondriome présente une très grande généralité [1].

Parmi les qualités physicochimiques nouvelles que peut apporter le cytoplasme mâle dans la fécondation, celle qui est donnée par le chondriome mâle est importante. La pénétration d'un catalyseur à pouvoir oxydant plus élevé dans la masse cytoplasmique femelle est un des facteurs qui interviennent dans les modifications de métabolisme dont l'œuf est le siège après la fécondation. Un deuxième facteur de ces modifications est certainement la réorganisation cellulaire qu'entraîne la pénétration du gamète mâle. Nous avons insisté ailleurs sur l'importance du facteur organisation dans la respiration intracellulaire [1].

Puisque, d'après Rumström et Örström, en ce qui concerne le système

---

[1] *Protoplasma*, 23, 1935, p. 50.

déshydrogénases et leurs coferments et le système oxydase-cytochrome, l'œuf fécondé et l'œuf vierge ne présentent aucune différence, c'est dans l'apport des deux facteurs indiqués plus haut qu'il faut chercher les causes de la modification du métabolisme.

PHYSIOLOGIE. — *Influence du déséquilibre alimentaire sur le quotient respiratoire et le métabolisme de base du Pigeon.* Note de MM. **Raoul Lecoq** et **Joseph M. Joly**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

On sait que, du point de vue nutritif, les substances d'un même groupe (glucidique, protidique ou lipidique) sont loin d'être équivalentes. Les divers hexoses : glucose, lévulose et galactose, par exemple, ne peuvent être remplacés impunément l'un par l'autre, dans une ration satisfaisante par ailleurs quant aux autres constituants. Des proportions de 35, 66, 80 et 84 pour 100 de glucose, introduites dans des régimes artificiels convenablement établis, se montrent toujours parfaitement utilisées par l'organisme du pigeon, un large excès de vitamines B, sous forme de levure de bière, pouvant être ajouté sans inconvénient. L'équilibre alimentaire de la ration n'apparaît plus aussi satisfaisant quand le glucide employé est le lévulose ou le galactose. Un équilibre strict se trouve réalisé cependant avec 66 pour 100 de lévulose et 35 pour 100 de galactose, mais uniquement avec addition d'une dose optima de levure. Des proportions supérieures de galactose (66 pour 100 par exemple), ou de lévulose (80 à 84 pour 100) entraînent la production d'un déséquilibre alimentaire se traduisant par la production plus ou moins rapide de crises polynévritiques, malgré l'addition de doses élevées de levure de bière, la mort des sujets survenant peu après (1). Ces crises, analogues à celles qu'on observe dans l'avitaminose B, paraissent dues à l'accumulation d'acide lactique dans les tissus (2). Il nous a semblé que celle-ci devait, normalement, entraîner un trouble des combustions musculaires et s'accompagner par conséquent de modifications dans les échanges respiratoires. Pour nous en rendre compte, nous avons poursuivi systématiquement la détermination du quotient respiratoire et du métabolisme de base des pigeons recevant des régimes déséquilibrés à base de

(1) Mme L. Randoin et R. Lecoq, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1068; R. Lecoq, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 807; 197, 1933, p. 1155; *C. R. Soc. Biol.*, 121, 1936, p. 226.

(2) R. Lecoq, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1304.

galactose et de lévulose, additionnés de doses variées de levure de bière. A cet effet, nous avons utilisé la méthode en circuit fermé que nous préconisons pour les études de nutrition sur le pigeon adulte, laquelle tient compte à la fois du poids et de la surface dans le calcul du métabolisme de base ([1]). Toutes les déterminations furent répétées chaque jour sur l'animal à jeun; celui-ci recevait ensuite sa ration, par gavage, à la dose quotidienne de 20^g, de l'eau étant donnée, en outre, à volonté.

Nous avons opposé au régime à 66 pour 100 de galactose, fortement déséquilibré, entraînant la mort des sujets d'expérience en 6 à 8 jours, malgré l'addition de 0^g,50; 1^g; 2^g et 4^g de levure par jour, un régime à 66 pour 100 de glucose bien équilibré, que complétait d'ailleurs parfaitement une simple addition de 0^g,50 de levure. Le régime à 80 pour 100 de lévulose fut suivi parallèlement, avec des additions de 0^g,50; 1^g; 2^g et 4^g de levure, comme plus haut; occasionnellement, nous y avons joint l'épreuve faite avec le régime à 84 pour 100 de lévulose, additionné quotidiennement de 2^g de levure. Les fortes additions de levure restaient suivies, dans le cas des régimes au lévulose, de survies encore appréciables (déséquilibre atténué). Nous nous bornerons à enregistrer ci-après les résultats extrêmes :

		Poids			Quotient respiratoire			Métabolisme de base		
Régimes.	Survies.	début.	fin.	variations.	début.	fin.	variations.	début.	fin.	variati[ons]
				%			%			
Galactose 66 % :										
sans levure	7 jours	380	271	−28	0,79	0,68	−14	12,67	17,58	+3
+0^g,50 de levure ...	6 »	396	327	−17	0,82	0,67	−16	11,99	14,74	+2
+1^g » ...	8 »	390	325	−16	0,77	0,70	− 9	12,41	15,71	+2
+2^g » ...	6 »	288	240	−16	0,75	0,69	− 8	17,59	22,83	+2
+2^g » ...	6 »	410	351	−14	0,79	0,71	− 11	11,59	13,65	+1
+4^g » ...	6 »	336	252	−24	0,79	0,68	−13	15,66	21,34	+3
Glucose 66 % :										
sans levure	16 jours	338	317	− 6	0,75	0,68	− 9	13,56	15,67	+1
+0^g,50 de levure ...	>4 mois	324	325	0	0,75	0,76	+ 1	16,36	16,15	—
Lévulose 80 % :										
sans levure	19 jours	285	215	−24	0,82	0,68	−17	18,30	23,37	+2
+0^g,50 de levure ...	23 »	302	253	− 16	0,82	0,69	−15	18,12	23,26	+2
+1^g » ...	24 »	368	270	−27	0,78	0,68	−12	12,95	18,37	+4
+2^g » ...	141 »	335	250	−25	0,77	0,70	− 9	15,10	20,85	+3
+4^g » ...	69 »	370	285	−22	0,78	0,71	− 8	12,62	17,28	+3
Lévulose 84 % :										
+2^{gr} de levure	82 jours	318	267	−16	0,81	0,69	−14	16,55	20,29	+2

([1]) R. Lecoq et J.-M. Joly, *C. R. Soc. Biol.*, **122**, 1936, p. 193.

Précisons que nous nous trouvions provoquer, en l'absence de levure, une avitaminose B : pure, dans le cas du glucose, et plus ou moins compliquée de déséquilibre, dans le cas du galactose et du lévulose.

Conclusions. — 1° Nous avons trouvé, au début des expériences, chez tous nos pigeons (préalablement soumis à un régime de graines) des quotients respiratoires variant de 0,75 à 0,82, chiffres comparables à ceux que Magne et Simonnet avaient obtenus précédemment par une autre méthode [1].

2° En l'absence de toute addition de vitamines B, les régimes à base des différents hexoses (glucose, galactose et lévulose) entraînent tous, plus ou moins rapidement, une chute du quotient respiratoire et une augmentation du métabolisme de base, celui-ci étant calculé en tenant compte du poids et de la surface de l'animal.

3° En présence de vitamines B, alors que le régime au glucose permet un bon entretien des pigeons, on observe avec les régimes au galactose et au lévulose, producteurs de déséquilibre alimentaire, des modifications des échanges respiratoires analogues à celles qu'on observe dans l'avitaminose B simple et même, semble-t-il, une exagération plus grande du métabolisme de base.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *L'électrisation superficielle, caractère spécifique des microorganismes.* Note [2] de Mlle **N. Choucroun**, présentée par M. Jean Perrin.

On sait que l'électrophorèse consiste dans le transport, le long d'un champ électrique, de particules en suspension dans un liquide ionisant, tel qu'une solution aqueuse. Ce transport révèle l'électrisation de la particule; le sens du transport en donne le signe, et la vitesse par rapport au liquide en mesure l'importance (proportionnelle au moment électrique superficiel de la particule). Tout ceci pourvu qu'on sache tenir compte des mouvements du liquide dus à l'osmose électrique et au reflux qui en résulte.

Je rappelle que j'ai réalisé des conditions où le liquide demeure invariable malgré l'emploi d'un champ élevé, les ions provenant des réactions secondaires qui accompagnent l'électrolyse, demeurant au voisinage des

---

(1) H. Magne et H. Simonnet. *Bull. Soc. Chim. biol.*, 4, 1922, p. 419.

(2) Séance du 11 mai 1936.

électrodes, dans une région de grande conductibilité relative, donc de champ relatif faible, où ils progressent lentement ([1]).

J'ai montré de plus comment ([2]), dans le dispositif particulier adapté à l'observation microscopique (liquide enfermé dans une cuve plane à faces parallèles, on peut déterminer avec précision et simplement, la vitesse vraie de la particule par rapport au liquide, en mesurant sa vitesse *apparente* dans le plan bien défini où le liquide a une vitesse nulle; comment de plus, la mesure de cette vitesse dans le plan médian donne alors la vitesse propre du liquide le long des faces de la cuve, qui nous renseigne sur l'électrisation prise par la paroi au contact du liquide interparticulaire.

Alors que des particules d'une même substance inerte (gomme-gutte par exemple) ont toutes des électrisations égales avec mêmes mobilités dans le champ électrique, j'ai tout de suite constaté de grandes différences individuelles entre les mobilités des bacilles d'une même culture. Ce caractère se traduit par une *répartition statistique des mobilités* (c'est-à-dire des électrisations), représentée par une courbe analogue à celle de Gauss, avec une précision d'autant plus grande que la statistique porte sur un nombre plus grand de bacilles (100 déterminations suffisent pratiquement).

Si n est le nombre total des bacilles par unité de volume, le nombre de bacilles ayant une vitesse comprise entre v et $v + dv$, qui viennent frapper l'unité de surface normale au champ dans l'unité de temps, est une certaine fonction $nvf(v)\,dv$ telle que son intégrale donne, à un facteur près, le nombre total N de bacilles de toutes vitesses ayant traversé le bord dans l'unité de temps. Le nombre de bacilles observés est proportionnel à ce nombre N.

Pour avoir une statistique correcte, on pointe le premier bacille traversant dans la direction du champ le bord du quadrillage du micromètre oculaire, à partir du moment où l'on est prêt à faire une mesure.

On construit alors la courbe intégrale en portant en abscisse les vitesses (par ordre décroissant, par exemple), et en ordonnée le nombre total de bacilles ayant une vitesse supérieure à la vitesse considérée. Cette courbe en escalier donne l'*allure* de la répartition; et sa courbe dérivée ou *courbe de répartition* des bacilles selon leur vitesse, caractérise l'émulsion. La position de cette courbe sur l'axe, sa largeur et sa hauteur en sont, comme pour une bande d'absorption dans un spectre, les caractères importants.

([1]) *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 777.
([2]) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 36.

Il arrive que la courbe de répartition s'écarte de la forme classique par des anomalies qui suggèrent l'existence de groupes constituant par leur mélange l'espèce étudiée.

Néanmoins j'ai constaté que deux groupes mélangés ne superposent pas simplement leurs courbes de répartition. En effet les émulsions faites à partir de cultures de deux variétés de bacilles tuberculeux, à courbes de répartition très différentes, ont été mélangées, et j'ai constaté pour l'ensemble une courbe de répartition très différente de la courbe théoriquement prévue (grâce à un calcul de Francis Perrin) en admettant que les deux espèces subsistent dans le mélange avec leurs électrisations. Il y a donc eu modification réciproque des électrisations des deux variétés de bacilles. Probablement parce que le milieu interbacillaire n'est plus le même que pour chacune des espèces mélangées, comme le montre l'électrisation (mesurée) que prend la paroi de verre de la cuve dans chacun des deux milieux et dans leur mélange.

Ce résultat est d'autant plus curieux que la bactérie semble défendre son électrisation contre les agents minéraux (tels que sels polyvalents) qui agissent le plus facilement sur l'électrisation des substances inertes.

Il faut donc attribuer la modification réciproque observée dans l'électrisation à des substances *actives* engendrées par les bacilles eux-mêmes au cours de leur métabolisme. Et nous devons alors penser qu'au sein d'une même culture, les populations de bacilles ayant des *hérédités* différentes, réagissent les uns sur les autres, en quelque sorte élastiquement, en modifiant des électrisations qui pourront reprendre des valeurs spécifiques quand on séparera ces populations.

Cette action se superposerait à l'*influence du milieu* que j'ai observée sur les cultures faites à partir d'une même souche, (et pour 17 souches différentes, préparées dans le laboratoire de M. Bocquet) d'une part sur milieu à l'œuf, d'autre part sur pomme de terre glycérinée, et qui donnent des courbes de répartitions différentes, plus ou moins étalées sur l'axe des mobilités.

Chacun des deux milieux, en favorisant ou en entravant le développement de certaines populations, imposerait à la culture une certaine répartition des électrisations. Sans agir aucunement sur les propriétés *héréditaires*, dans le cas des *lignées pures* que j'ai réussi à mettre en évidence en séparant par le champ électrique les bacilles d'une même émulsion et en les cultivant.

Ainsi l'électrisation superficielle de la bactérie, liée sans doute à son

métabolisme interne, apparaîtra comme un *caractère spécifique* de l'espèce. Nous aurons par là un moyen commode et *rapide* de saisir ou de suivre, en dehors des tests biologiques, les modifications spontanées ou provoquées des espèces bactériennes.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les modifications du rôle de l'acide ascorbique, comme activateur de la catepsine hépatique, sous l'influence des métaux ajoutés soit sous forme ionisable, soit faisant partie de complexes dérivés de la vitamine* C. Note de M. **André Badinand**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

D'après v. Euler, Karrer et Zehender, l'acide ascorbique active la catepsine du foie au même titre que certains corps sulfurés et cette activation, étudiée aussi vis-à-vis d'autres protéases par Maschmann et Helmert et par Purr, est renforcée par addition d'ions fer^{II}, fer^{III} et calcium et annihilée par les ions $cuivre^{II}$.

Nous avons recherché si d'autres ions métalliques agissent de la même façon et comparé l'action des métaux suivant qu'on les introduit à l'état ionisable ou faisant partie des complexes organométalliques solubles dérivés de l'acide ascorbique ou de son premier produit d'oxydation réversible (acide déshydrascorbique), qu'ont préparés et étudiés, quant à certaines de leurs activités biologiques, Arloing, Morel et Fosserand [1], qui nous les ont remis pour notre étude.

Notre catepsine hépatique a été débarrassée de ses activateurs naturels, suivant la technique de Waldschmidt-Leitz et Grassman et nous avons determiné, comme v. Euler et ses collaborateurs, son action hydrolysante sur la gélatine. Nous donnons les valeurs, en centimètres cubes à $+20^{\circ}$ et sous 740^{mm}, pour des prélèvements de 5^{cm^3}, de l'azote aminé (van Slyke) libéré par protéolyse après 24 heures dans le milieu réactionnel : 25^{cm^3} d'un mélange tamponné d'extrait glycériné de catepsine inactivée et de solution de gélatine, auquel est ajouté ou non l'activateur.

---

(1) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 456, et 745, et **202**, 1936, p. 598.

Activateurs.	Azote aminé libéré.
Néant	0,15
Acide déhydrascorbique (5^{mg})	0,17
Acide ascorbique (5^{mg}) + sel métallique (10^{mg})	–
» + néant	0,60
» + sulfate ferreux	0,90
» + chlorure ferrique	0,90
» + sulfate de zinc	0,85
» + acétate de calcium	0,75
» + chlorure de baryum	0,63
» + sulfate de magnésium	0,63
» + acétate de plomb	0,62
» + chlorure de titane	0,58
» + acétate de cuivre	0,14

L'amplification de l'activation reste la même si des proportions identiques de ces sels sont ajoutées à des quatités plus grandes d'acide ascorbique, soit 10 et 15^{mg} au lieu de 5^{mg}.

Activateurs.	Azote aminé libéré.
Néant	0,15
Acide déhydrascorbique (5^{mg})	0,17
Acide ascorbique (5^{mg})	
+ complexe (5^{mg})	–
+ néant	0,60
+ ascorbique ferrososodique	0,77
+ » titanosodique	0,70
+ déhydrascorbique ferricocalcique	1,00
+ » ferricozincosodique	0,90
+ » ferricoplombosodique	0,90
+ » ferricozincoplombosodique	0,88
+ » titanosodique	0,88
+ » ferricomagnésien	0,82
+ » ferricosodique	0,82
+ » ferricobarytosodique	0,80
+ » titaniplombosodique	0,75
+ » cupriplombosodique	0,70, 0,65, 0,70
+ » cupribarytosodique	0,65, 0,65, 0.65

Conclusions. — Le zinc, ajouté sous forme ionisable amplifie, aussi bien que le fer ou le calcium, l'action activante de l'acide ascorbique. Le baryum, le magnésium, le plomb, le titane, sous cette forme, ne l'amplifient pas. Pour le fer, le zinc, le plomb, le titane, le cuivre, à l'état de

complexes ascorbiques ou déshydrascorbiques, il y a une amplification analogue ou légèrement plus grande que lorsqu'ils sont introduits à l'état d'ions, de même pour le calcium, le baryum et le magnésium, lorsqu'ils leur sont associés dans ces complexes.

Tandis que le cuivre, sous forme ionisable, inhibe toute activation, à l'état de générateur de complexes déhydrascorbiques, il ne l'empêche pas.

La constatation *in vitro* du pouvoir amplifiant du zinc, sous les deux formes, peut servir à l'interprétation, tout au moins partielle, du rôle biologique de ce métal et de sa synergie avec les vitamines démontrés *in vivo* par G. Bertrand [1].

SÉROLOGIE. — *Pluralité des zones de floculation et de gélification sériques.* Note [2] de Mlle **Irène Kopaczewska** et M. **W. Kopaczewski**, présentée par M. Arsène d'Arsonval.

Dès le début de nos recherches sur la gélification sérique par les acides, nous avons signalé deux faits suivants : 1° la gélification précède immédiatement la floculation micellaire visible; 2° les gels, primitivement transparents, se troublent peu à peu [3]. Or, la floculation colloïdale étant un phénomène périodique, d'après les recherches de E. Duclaux, Spring, Billiter et autres, il était logique de supposer également une allure périodique à la gélification en fonction de la concentration de l'agent gélifiant. L'expérience démontre la réalité de cette supposition.

Technique expérimentale. — Nous avons étudié l'action de l'acide chlorhydrique et de la soude caustique sur le sérum humain présumé normal préalablement concentré à froid, dans le vide, de façon à ce que cette concentration soit finalement de 100 pour 100, après addition de NaOH (0,01 M à 8,0 M) ou d'HCl (6,0 M). La récolte, la composition du sérum humain et les conditions expérimentales de la gélification ont été déjà décrites [4]. Nous avons fait, en outre, la détermination du pH+ de nos mélanges à l'aide des disques colorés de Hellige (indicateur universel, puis, pour plus de précision, pourpre de bromo-crésol, tropéoline O et rouge de phénol) et du degré d'opacité, destiné à fixer les limites des zones floculantes au moyen du colorimètre de Buerker, transformé en néphélémètre pour la circonstance. Toutes ces opérations ont eu lieu à 20°C.

---

[1] *Bull. Soc. Chim. biol.*, 17, 1935, p. 1137, et 18, 1936, p. 213.

[2] Séance du 20 avril 1936.

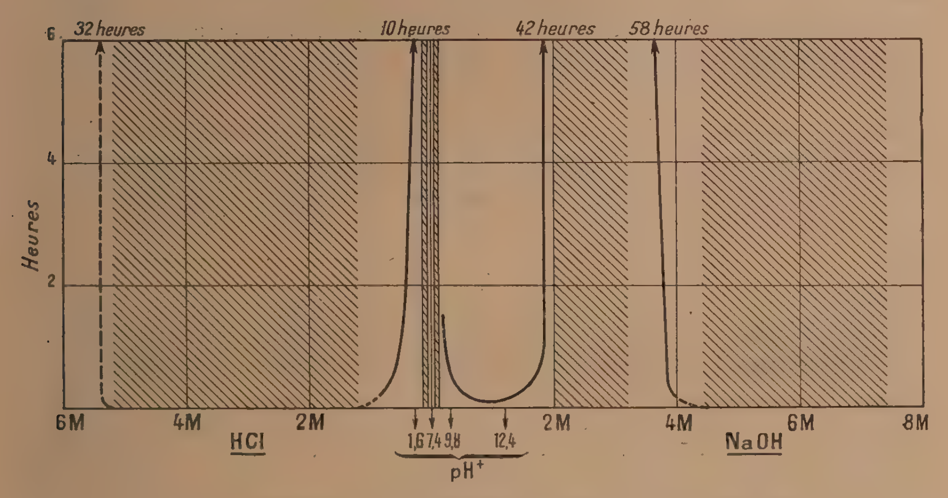
[3] W. Kopaczewski, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1271, et 200, 1935, p. 266.

[4] I. Kopaczewska, W. Kopaczewski et S. Marczewski, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1212.

Les *résultats*, que nous résumons sous forme schématisée, dans la figure ci-dessous, se rapportent aux conditions expérimentales précisées ci-dessus; ils sont nettement différents lorsque l'on opère avec du sérum plus concentré ou plus dilué, ou bien si l'on utilise des agents gélifiants à des concentrations différentes.

Ajoutons à ces données quelques observations complémentaires :

1° A partir de la concentration moléculaire finale 1,6 et jusqu'à 5,4, l'*acide chlorhydrique* provoque une floculation sérique instantanée, massive, irréversible et d'aspect gélatineux (coagélation), à laquelle fait suite immédiatement une synérèse. Au delà de ces concentrations, la floculation disparaît par agitation; elle est alors suivie d'une gélification; tou-



Zones de floculation et de gélification du sérum en fonction du pH+.

tefois, cette gélification est de beaucoup plus rapide dans la zone des concentrations faibles que dans le cas opposé. Les gels formés, transparents au début, se troublent progressivement; ils ne se liquifient pas, même au bout de 15 jours. A partir de la concentration finale 0,1 M, une nouvelle bande de floculation apparaît, mais elle n'est pas suivie d'une zone nouvelle de gélification.

2° Avec de la *soude caustique*, on constate l'existence d'une large zone de floculation instantanée, massive, gélatineuse et irréversible (coagélation), suivie d'une rapide syncrèse; cette zone couvre les concentrations moléculaires finales 4,4 à 7,4. De deux côtés de cette zone, la floculation

disparaît par agitation. Cette disparition est de beaucoup plus lente dans la zone des concentrations fortes et dure plusieurs jours; une fois cette floculation disparue, le liquide, transparent et d'une parfaite fluidité, se gélifie rapidement en présence des concentrations faibles, tandis que les doses fortes ne font apparaître, peu à peu, qu'un trouble léger et un épaississement progressif. Cette zone de floculation gélatineuse est précédée des deux autres, s'étendant l'une, moins large, de 2,0 M à 3,2 M, et l'autre, très étroite, coïncidant avec des concentrations moléculaires finales allant de 0,06 à 0,16. Entre ces deux zones on gélifie le sérum par la soude, mais l'allure de la courbe obtenue diffère de celle produite par l'acide chlorhydrique : elle est asymptotique aux zones de floculation qui la bordent; elle présente un optimum pour la concentration finale 1,0 M; bien plus, la gélification est, dans cette zone, spontanément réversible (*loc. cit.*); la liquéfaction débute par les concentrations faibles de la soude caustique.

Conclusions. — L'action de l'acide chlorhydrique et de la soude caustique sur du sérum humain, présumé normal, se traduit par l'apparition de cinq zones de floculation entre lesquelles s'intercalent cinq zones de gélification.

TUBERCULOSE. — *Pleurésie séro-fibrineuse expérimentale par inoculation intra-péritonéale de bacilles tuberculeux bovins du type dysgonique lisse.* Note de MM. **Alfred Boquet** et **Roger Laporte**, présentée par M. Félix Mesnil.

Lorsqu'ils sont inoculés à très petite dose par la voie péritonéale, les bacilles bovins du type dysgonique lisse, récemment isolés et très virulents, déterminent chez le cobaye le développement de granulations sur la séreuse, une épiploïte caséeuse et des altérations viscérales, nodulaires ou diffuses, qui s'étendent progressivement, se généralisent et amènent la mort en plusieurs semaines ou plusieurs mois.

L'infection produite par l'inoculation de fortes doses des mêmes germes, par la même voie, diffère de cette forme classique de la tuberculose péritonéale non seulement par la rapidité de son évolution, mais surtout par l'installation précoce d'un processus exsudatif localisé à la séreuse pleurale.

4 à 6 jours après qu'ils ont reçu dans le péritoine 1 à 5^{mg} de ces bacilles en suspension dans 1^{cm^3} d'eau physiologique, les cobayes perdent leur

vivacité habituelle; leur respiration devient bientôt dyspnéique; ils cessent de s'alimenter et succombent entre le 8e et le 15e jour.

A l'autopsie on trouve, appliqué contre la grande courbure de l'estomac, un volumineux cordon épiploïque envahi par des foyers caséeux; la rate est congestionnée et hypertrophiée, comme dans la tuberculose du type Yersin; le foie apparaît criblé de petits foyers blanchâtres, comme dans l'infection produite par l'inoculation intraveineuse de bacilles aviaires; la séreuse ne contient que quelques gouttes d'exsudat limpide. La cavité thoracique est à demi ou aux deux tiers remplie par un liquide citrin, clair, coagulable; les poumons sont collabés et hépatisés, mais il n'existe à leur surface, ni sur la plèvre pariétale, aucune granulation visible. L'examen microscopique du liquide épanché révèle la présence de bacilles acido-résistants en assez petit nombre, une forte proportion de lymphocytes (75 à 85 pour 100), des monocytes (9 à 20 pour 100), peu de polynucléaires (5 à 8 pour 100) et quelques hématies.

Le processus exsudatif ainsi observé rappelle de très près le tableau de la pleurésie séro-fibrineuse de l'homme. Du point de vue expérimental, il offre un intérêt d'autant plus vif qu'il résulte d'une infection indirecte de la séreuse et que, contrairement à l'infection directe, par inoculation dans la plèvre même, il évolue en l'absence de toute altération tuberculeuse pleuro-pulmonaire macroscopique. Enfin, il est comparable à celui que provoque, chez le cobaye, l'injection sous-cutanée de toxine diphtérique ou l'inoculation de bacilles de Loeffler.

Un grand nombre d'essais, effectués chez des cobayes tuberculeux par injection intradermique, nous ont permis de constater que l'exsudat pleural, filtré sur bougie Chamberland L_2, ne renferme pas de quantités appréciables de tuberculine libre.

Si l'apparition de l'épanchement pleural coïncide avec le début de la sensibilité cutanée à la tuberculine, l'expérience montre cependant que l'état d'allergie ou d'immunité, créé par une infection bacillaire antérieure, n'exerce aucune influence sur la rapidité et l'intensité de l'exsudation.

D'autre part, la virulence des germes inoculés ne paraît jouer qu'un rôle accessoire dans la formation de l'épanchement, car celui-ci ne peut être obtenu que d'une façon inconstante et presque toujours tardive par l'inoculation intrapéritonéale de bacilles humains très pathogènes; les bacilles bovins fixés depuis un grand nombre de générations dans le type eugonique rugueux (souche Vallée) ne le produisent pas; par contre il se manifeste sous l'action des bacilles aviaires, inoculés à la dose de 10 milligrammes.

Ces constatations nous conduisent à penser que la pleurésie séro-fibrineuse, déterminée chez le cobaye par l'inoculation intrapéritonéale, relève moins des effets pathogènes habituels des bacilles tuberculeux déversés dans les poumons et dans la plèvre par la circulation lymphatique et sanguine, que d'une inflammation exsudative aiguë, mise en jeu par une substance antigénique particulière, libérée à distance dans les foyers péritonéaux et épiploïques et fixée par la séreuse pulmonaire.

Les bacilles bovins du type dysgonique et lisses récemment isolés sont les plus abondamment pourvus de cette substance active ou se montrent les plus aptes à l'élaborer dans les tissus. Mais la culture en série a pour effet d'en priver graduellement les bacilles eugoniques rugueux, auxquels ils donnent naissance par dissociation, même lorsque ces germes conservent une haute virulence.

BIOCHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Sur la signification du rapport : albumine/globuline, dans le sérum humain normal et pathologique.* Note [1] de Mme **Andrée Roche** et de MM. **Marcel Dorier et Louis Samuel**, présentée par M. Charles Achard.

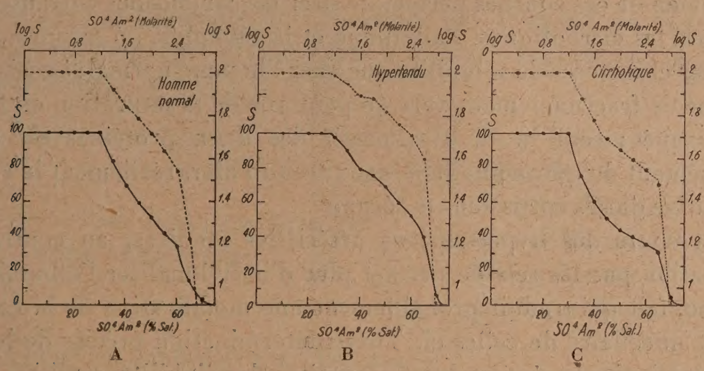
L'albumine et la globuline sériques, de poids moléculaires différents, participent en raison inverse de ceux-ci à la pression osmotique (pression osmotique des colloïdes) du sérum et, par là, à la régulation des échanges entre le sang et les tissus. La connaissance de la valeur du rapport : albumine/globuline, ou quotient albumineux, présente de ce fait un intérêt particulier. Nous avons [2] précédemment précisé les caractères de solubilité de la globuline et de l'albumine du sérum humain normal dans des milieux de concentration croissante en sulfate d'ammonium à $pH = 5,7$. Nous avons montré que la globuline précipite entre 30 et 60 pour 100 de la concentration en ce sel correspondant à la saturation et l'albumine entre 60 et 70 pour 100 de celle-ci. Aussi le quotient albumineux obtenu après fractionnement des protéines sériques au moyen du sulfate d'ammonium à demi-saturation ou par d'autres sels (sulfates de sodium et de magnésium) à concentration moléculaire égale, n'exprime-t-il pas la proportion dans

(1) Séance du 11 mai 1936.

(2) *C. R. Soc. Biol.*, **121**, 1936, p. 1019.

laquelle l'albumine et la globuline existent dans le sang, mais seulement un *indice*.

Ceci étant, il y avait intérêt à étendre nos recherches à divers sérums pathologiques où il est de règle que le quotient albumineux subisse des variations importantes. Le but de cette Note est d'exposer les résultats obtenus sur des sérums d'hypertendus et de cirrhotiques, les premiers



Courbes de solubilité, à pH = 5,7, des protéines du sérum humain en fonction de concentrations croissantes en sulfate d'ammonium : A, *sérum normal*; B, sérum d'un *hypertendu*; C, sérum d'un *cirrhotique*. En abscisses, pour toutes les courbes : pourcentage en solution saturée de sulfate d'ammonium (abscisses inférieures) et molarité (abscisses supérieures). En ordonnées : pour les trois courbes inférieures (trait plein), pourcentage (S) de protéines dissoutes; pour les trois courbes supérieures (trait pointillé), logarithme de S.

présentant fréquemment une augmentation, les seconds une inversion de ce rapport (C. Achard, Abrami et leurs élèves).

Nous avons établi, au moyen d'une technique mise au point antérieurement (*loc. cit.*), les courbes de la solubilité, S, des protéines de sept sérums d'hypertendus (cardio-rénaux, maladie d'Hodgson) et de sept sérums de cirrhotiques (cirrhose de Laënnec), en fonction de la concentration en sulfate d'ammonium et calculé le logarithme de S[1]. Les résultats que nous avons obtenus sont illustrés par les courbes ci-dessus, données à titre d'exemple et se rapportant à des sérums provenant d'un

(1) S. P. L. Sörensen, E. J. Cohn ont établi que, dans un mélange de protéines, les variations de log S en fonction de la concentration en sels forment des droites dont l'intersection correspond à la fin de la précipitation d'une protéine et au début de la précipitation d'une autre.

sujet normal (A), d'un hypertendu (B) et d'un cirrhotique (C). Les tracés A peuvent être considérés comme caractéristiques du sérum humain normal, car nous avons obtenu des valeurs identiques sur six échantillons provenant de sujets sains. Au contraire, dans les cas pathologiques étudiés, il existe des différences individuelles notables, en sorte que les courbes B et C ne sont que des exemples.

L'examen de ces courbes permet de tirer les conclusions suivantes :

1° Chez les cirrhotiques, l'albumine et la globuline du sérum possèdent les mêmes caractères de solubilité que chez l'homme normal, à ceci près que l'ébauche de fractionnement vers 40 pour 100 de la saturation en sel y est plus marquée; seul le taux respectif des deux protéines est changé. L'abaissement du quotient albumineux traduit alors réellement la variation quantitative de ces corps dans le sérum.

2° Au cours des hypertensions artérielles étudiées, au contraire, la précipitation par les sels ne permet plus d'individualiser l'albumine et la globuline, fait qui traduit probablement une modification de la nature ou de l'état micellaire de celles-ci. Toute détermination précise de leur taux par des méthodes basées sur leurs caractères de solubilité en milieu salin est alors impossible. Aussi l'établissement du quotient albumineux perd-il dans ce cas toute signification en ce qui concerne le taux réel des albumines et des globulines.

3° La connaissance de la courbe de solubilité des protéines du sérum aux diverses concentrations en sulfate d'ammonium permet par contre de définir la signification des variations pathologiques du quotient albumineux. Celles-ci peuvent en effet traduire, suivant les cas, des modifications quantitatives (cirrhoses) ou qualitatives (hypertensions) des protéines du sérum.

A 16h l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Médecine et Chirurgie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Charles Richet* :

En première ligne........... M. **Paul Portier**.

En seconde ligne, ex æquo *par ordre alphabétique*........ MM. **Léon Binet**, **Antoine Magnan**, **André Mayer**, **Henri Pieron**, **Claudius Regaud**.

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17h 30m.

A. Lx.

ERRATA.

—

(Séance du 2 mars 1936.)

Note de M. *P. Carré*, Sur une règle pratique permettant d'interpréter certaines réactions de la chimie organique du point de vue électronique :

Page 741, ligne 3 en remontant, *au lieu de* (négative pour N dans la liaison $N \leftarrow\!+ C$), *lire* (négative pour N dans le groupe NH^2).

Page 742, ligne 2, *au lieu de* $H^2N \leftarrow\!+ \!<$ ..., *lire* $H^2N +\!\rightarrow\! <$ ....

(Séance du 16 mars 1936.)

Note de M. *Albert Robaux*, Répartition du Flysch dans le Subbétique selon la transversale de Ronda (Andalousie) :

Page 962, ligne 2 (titre), *au lieu de* Londa, *lire* Ronda; ligne 17, *au lieu de* Rondo, *lire* Ronda.

(Séance du 6 avril 1936.)

Note de M. *Albert Robaux*, Sur la présence du Crétacé supérieur sur le Paléozoïque du Bétique de Malaga (Andalousie) :

Page 1292, ligne 17, *au lieu de* Gumbetina, *lire* Gumbelina.

(Séance du 11 mai 1936.)

Note de M. *Léon Lecornu*, Sur les coefficients d'élasticité d'un solide anisotrope :

Page 1541, équation (2), *au lieu de* $2t_3nz$, *lire* $2t_3xy$.

Page 1542, ligne 12, *au lieu de* homogènes en a_1, b_1, *lire* homogènes en a_i, b_j; dernière ligne, *au lieu de* $R = 8\omega^2$, *lire* $R = 8\mu^2$.